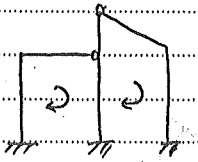
Chương 5: Tính hệ siêu phẳng siêu tĩnh theo phương pháp lực

5.1 Tính bậc siêu tĩnh:

a)

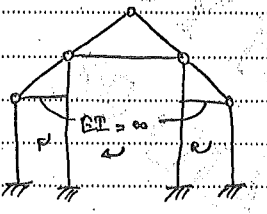


V = 2

k = 2

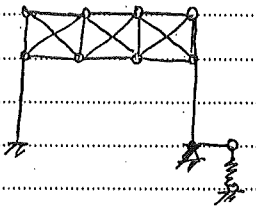
$n = 3V - k = 3.2 - 2 = 4$

b)



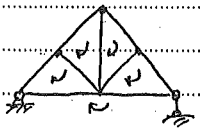
$n = 3V - k = 3.4 - 5 = 7$

c)



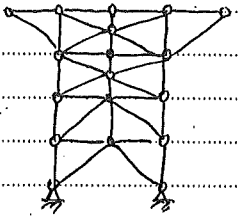
$n = 3V - k = 3.11 - 27 = 6$

e)



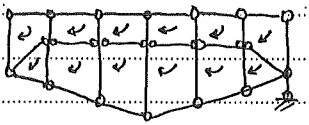
$n = 3.5 - 3 = 12$

d)



$n = 3V - k = 3.20 - 55 = 5$

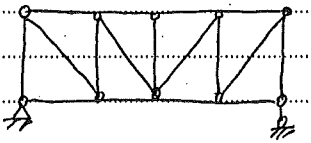
f)



$n = 3.V - k = 3.12 - 32 = 4$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

g)



$n = 3V - K = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 11 = 6$

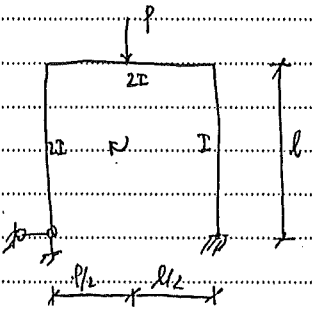
5.

1) Hệ đã cho có bậc siêu tĩnh = 2

2. Thiết lập pt chính tắc

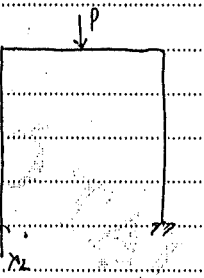
Hệ có $n = 2$, có 2 pt chính tắc.

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$



$\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1)$ | $\delta_{21} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_1)$

$\delta_{12} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_2)$ | $\delta_{22} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_2)$

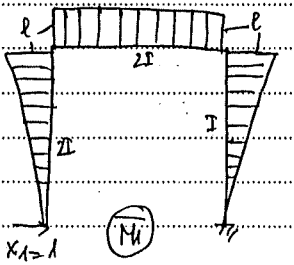


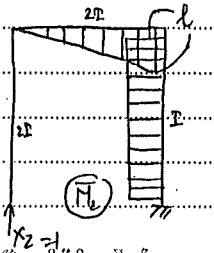
Tự hình vẽ tacó:

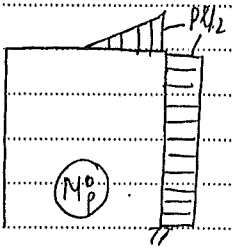
$$\delta_{11} = \frac{1}{2EI}\left(l^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} + l^2 \cdot l\right) + \frac{1}{EI}\left(l^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2}\right) = \frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{2EI}\left(-l^2 \cdot \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{EI}\left(-l^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot l\right) = -\frac{3}{4}\frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{2EI}\left(l^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2}\right) + \frac{1}{EI}\left(l^2 \cdot l\right)$$







$$\Delta_{1P} = (\bar{M}_1)(M_P^0) = \frac{1}{2EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{Pl}{2}\cdot l\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{EI}\cdot\frac{Pl}{2}\cdot l\cdot\frac{1}{2} = \frac{5Pl^3}{26EI}$$

$$\Delta_{2P} = (\bar{M}_2)(M_P^0) = \frac{1}{2EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{Pl}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{5l}{6} - \frac{1}{EI}\cdot\frac{Pl}{2}\cdot l\cdot l$$

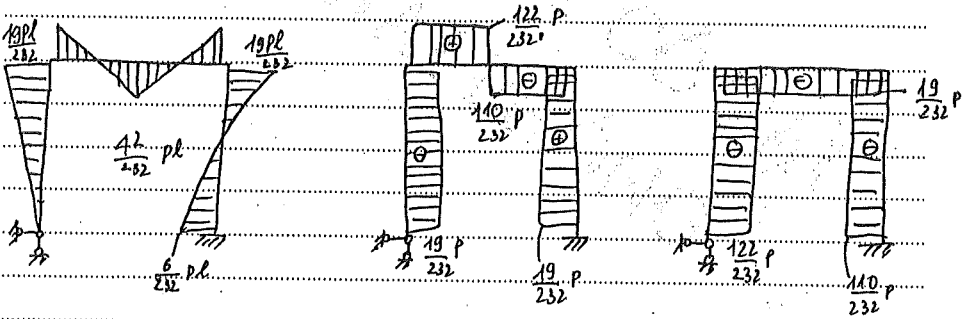
$$= -53\frac{Pl^3}{96EI}$$

Thay kết quả vào hệ chính tắc ta có

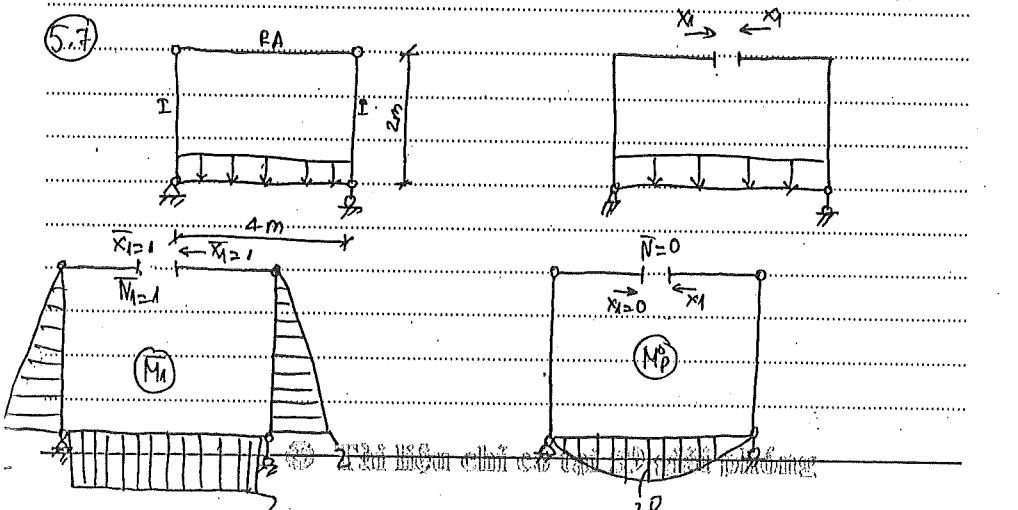
$$\begin{cases} -\frac{3}{4}X_1 + \frac{7}{6}X_2 - \frac{53}{96}P = 0 \\ X_1 - \frac{3}{4}X_2 + \frac{5}{26}P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{19}{232}P \\ X_2 = \frac{61}{116}P \end{cases}$$

Vẽ biểu đồ momen uốn theo pt nguyên lí cộng tác dụng

$$(M) = (\bar{M}_1)\cdot X_1 + (\bar{M}_2)\cdot X_2 + (M_P^0)$$



5.7



Tài liệu chỉ có giá trị tham khảo

Ta có ptr chính tắc: $\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$

$\delta_{11} = (\overline{M_1}) \cdot (\overline{M_1}) + (\overline{N_1}) \cdot N_1$

$= 2 \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{EI} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{EA} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1$

Với $EA = \infty \Rightarrow \frac{1}{EA} = 0$

$\Rightarrow \delta_{11} = \frac{2}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{EI} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{64}{3EI}$

Với $EA = \frac{3EI}{a^2} = \frac{3EI}{4}$

$\Rightarrow \delta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{EI} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{\frac{3EI}{4}} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1$

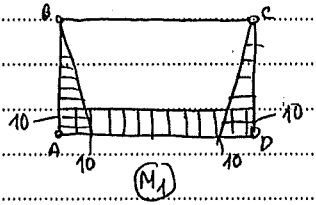
$= \frac{80}{3EI}$

$\Delta_{1P} = (\overline{M_1}) \cdot M^P = \frac{1}{EI} \cdot \frac{8}{3} \cdot 20 \cdot 4 \cdot 2 = \frac{320}{3EI}$

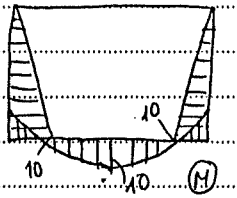
+) Với $EA = \infty$, ta có ptr chính tắc

$\frac{64}{3EI} X_1 + \frac{320}{3EI} = 0 \Leftrightarrow X_1 = 5$

Khi đó biểu đồ mômen uốn: $M = (\overline{M_1}) \cdot X_1 + M^P$



$(\overline{M_1})$



(M)

- Vẽ biểu đồ lực cắt theo biểu đồ mômen uốn:

+ Trên thanh đứng: biểu đồ lực cắt có dạng đg thẳng song song với đg chuẩn và có giá trị

$Q_{DC} = tg_{DC} = \frac{M^P - M^T}{l} = \frac{10-0}{2} = 5$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

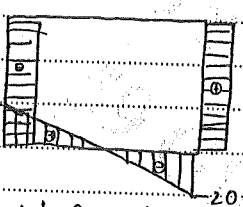
$Q_{AB} = tg\beta_{AB} = \frac{M^P - M^T}{l} = \frac{0-10}{2} = -5$

Trên thanh ngang: biểu đồ lực cắt có dạng bậc 1, ta chỉ cần nối giá trị lực cắt tại các đầu thanh, Q_{AD} và Q_{DA} với nhau = đg thẳng:

Ta có: $Q_{AD} = tg_{AD} + \frac{qa}{2} = Q_t = 0 + \frac{10 \cdot 4}{2} = 20$

$Q_{DA} = tg_{AD} - \frac{qa}{2} = Q_p = 0 - \frac{10 \cdot 4}{2} = -20$

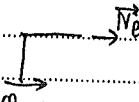
Biểu đồ lực cắt:



Vẽ biểu đồ lực dọc:

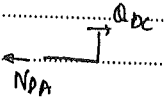
Tth này $q_t = 0$ nên lực dọc ko thay đổi (:) từng thanh do đó chỉ cần nối 1 giá trị lực dọc tại 1 tiết diện nào đó

Xét k.líp B, ta có:

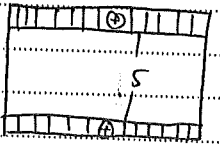


$N_{BC} = -Q_{AB} = +5$

Xét k.líp D:



$N_{DA} = Q_{DC} = 5$

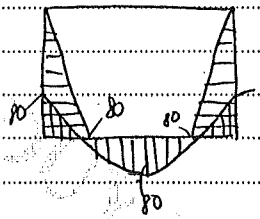


Tài liệu chỉ có tại SV chỉnh chu

+ Với $EA = \frac{3EI}{a^2} = \frac{3EI}{4}$, ta có ptr chính tắc

$$\frac{80}{3EI} \cdot X_1 + \frac{320}{3EI} = 0 \Leftrightarrow X_1 = -4$$

khi đó biểu đồ mômen tại mặt cắt: $(M) = (\bar{M}_1) X_1 + M_p^0$



- Vẽ biểu đồ lực cắt theo biểu đồ mômen uốn:

- Trên thanh đứng: biểu đồ lực cắt có dạng đg thẳng song song với đg chuẩn và có giá trị:

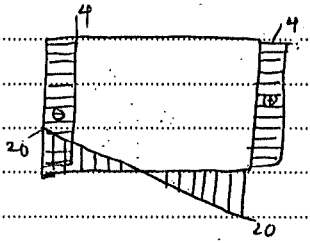
$$Q_{AB} = tg\,\beta_{AB} = \frac{M^P - M^T}{l} = \frac{0-8}{2} = -4$$

$$Q_{DC} = tg\,\beta_{DC} = \frac{M^P - M^T}{l} = \frac{8-0}{2} = 4$$

- Trên thanh ngang: Biểu đồ lực cắt có dạng bậc nhất, ta chỉ cần xác định lực cắt tại các đầu thanh: Q_{AD} và Q_{DA} với nối lại với nhau = đg thẳng.

Ta có: $Q_{AD} = tg\,\beta_{AD} + \frac{qa}{2} \Rightarrow Q_T = 0 + \frac{10 \cdot 4}{2} = 20$

$$Q_{DA} = tg\,\beta_{AD} - \frac{qa}{2} \Rightarrow Q_P = 0 - \frac{10 \cdot 4}{2} = -20$$



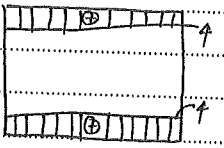
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

- Vẽ biểu đồ lực dọc

$q_t = 0 \Rightarrow$

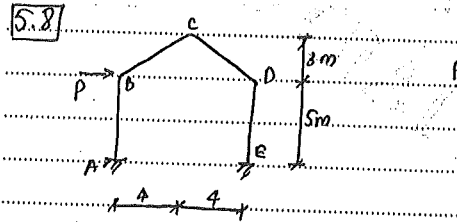
Xét khớp B: $\rightarrow \vec{N_{BC}} \Rightarrow N_{BC} = -Q_{AB} = 4$

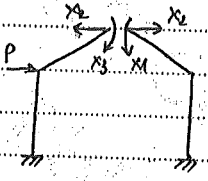
Xét khớp D: $\Rightarrow N_{DA} = Q_{DC} = 4$



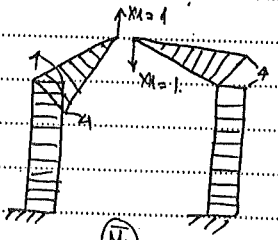
(N)

5.8

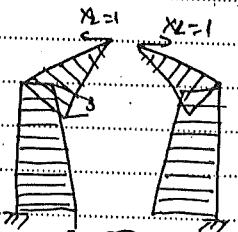




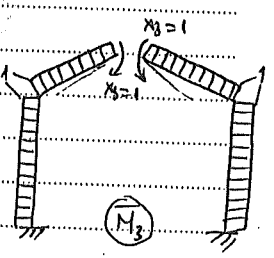
Hệ đã cho có bậc siêu tĩnh n=3



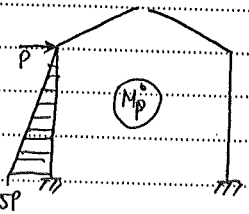
$\overline{M_1}$



$\overline{M_2}$



$\overline{M_3}$



- Hệ đã cho có 3 bậc siêu tĩnh chọn hệ như

- Hệ ptr chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} = 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = 2\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + 4\cdot 5\cdot 4\right) = \frac{640}{3EI}$$

$$\delta_{22} = 2\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3\cdot\frac{2}{3}\cdot 3 + 3\cdot 5\cdot\frac{3+3}{2} + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5\left(3+\frac{2}{3}\cdot 5\right)\right) = \frac{1060}{3EI}$$

$$\delta_{33} = 2\frac{1}{EI}\left(1\cdot 5\cdot 1 + 1\cdot 5\cdot 1\right) = \frac{20}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = 0$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = -2\cdot\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5\cdot 1 + \frac{3+8}{2}\cdot 5\cdot 1\right) = \frac{-70}{EI}$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 58\cdot 5\cdot 4 = -\frac{508}{EI}$$

$$\Delta_{2P} = -\frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 5P\cdot 5\cdot\left(3+\frac{2}{3}5\right) = -\frac{475P}{6EI}$$

$$\Delta_{3P} = \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 5\cdot P\cdot 5\cdot 1 = \frac{25P}{2EI}$$

Thay vào hpt chính tắc ta có:

$$\begin{cases} 640/3\,X_1 + 0X_2 + 0X_3 - 50P = 0 \\ 0X_1 + 1060/3\,X_2 - 70X_3 - 475P/6 = 0 \\ 0X_1 - 70X_2 + 20X_3 + 25P/2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = 15P/64 \\ X_2 = 17P/152 \\ X_3 = 27P/152 \end{cases}$$

Vẽ biểu đồ M:

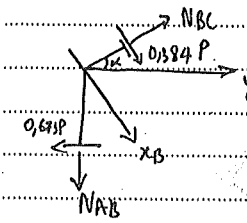
$$M = (\overline{N}_1)\cdot X_1 + (\overline{N}_2)\cdot X_2 + (\overline{N}_3)\cdot X_3 + N^0_P$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

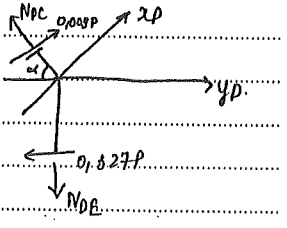
- Vẽ biểu đồ Q:

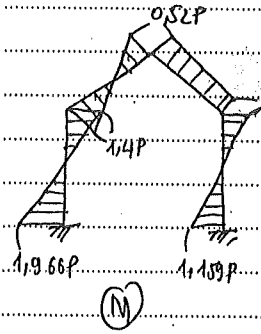
$Q^{TIP} = \frac{N^P - M^T}{L} \Rightarrow Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD}, Q_{DE}$

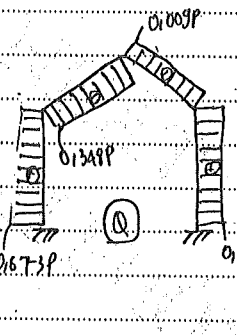
- Vẽ biểu đồ (N). Xét cb tại nút B, D, tách:

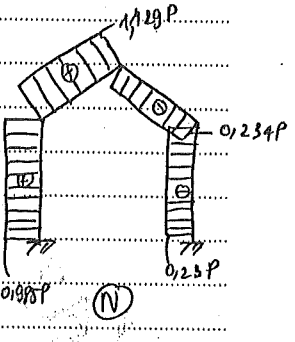


$\left.\begin{array}{l} \sin\alpha = 3/5 \\ \cos\alpha = 4/5 \end{array}\right\}$







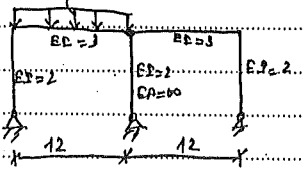


Chuyển vị ngang tại k

$$D_{KP} = (M^P)(\overline{M^P_K}) = \frac{1}{EI}\left[\frac{1,866P}{2}\cdot 5\cdot\frac{2}{3}\cdot 5 + \left(\frac{-1,4P\cdot 5}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5\right)\right]$$

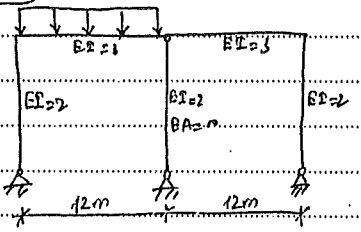
$$= \frac{63,3}{6EI} \quad (\text{hướng sang phải})$$

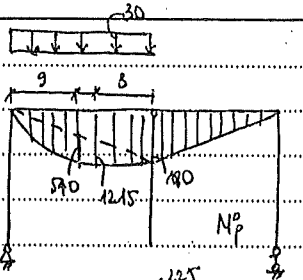
5.5

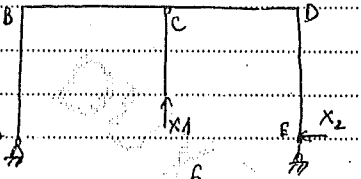


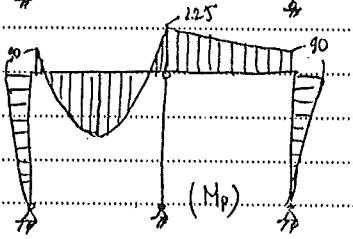
Tài liệu chỉ có tại SV giữ phòng

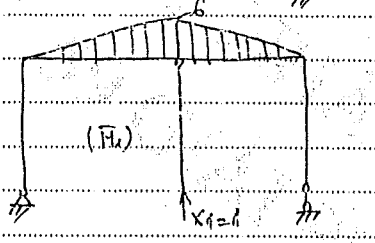
5.3.

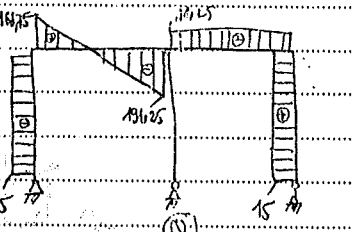


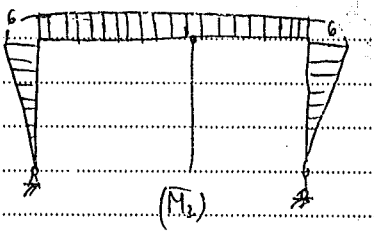


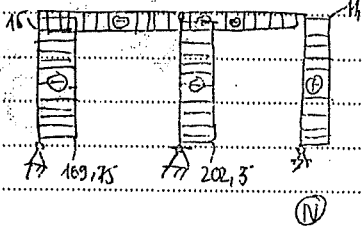












- Hệ đã cho có 2 bậc siêu tĩnh
- Chọn hệ cb như
- Hệ pt chính tắc $\begin{cases} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \Delta_{2p} = 0 \end{cases}$
- Vẽ biểu đồ $(\bar{M}_1)$ $(\bar{M}_2)$, M_p do riêng $X_1 = 1$, $X_2 = 1$, do riêng tải trọng gây ra trên hệ cb
- Xét các hệ số và số hạng tự do theo phép nhân biểu đồ.

Tài liệu chỉ có tại SV ghiền phòng

$\delta_{11} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_1) = 2 \cdot \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{96}{EI}$

$\delta_{21} = \delta_{12} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_2) = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 6 \cdot 6 = \frac{144}{EI}$

$\delta_{22} = \frac{1}{2EI} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{3EI} \cdot 24 \cdot 6 \cdot 6 = \frac{360}{EI}$

$\Delta_{1p} = (\bar{N}_1)(N^o_p) = -\frac{1}{3EI}\left[2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1080 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 570 \cdot 12.3\right]$

$= -\frac{21600}{EI}$

$\Delta_{2p} = (\bar{N}_2)(N^o_p) = -\frac{1}{3EI}\left[\frac{1}{2} \cdot 1080 \cdot 24.6 + \frac{2}{3} \cdot 570 \cdot 12.6\right] = -\frac{34580}{EI}$

Thay vào hệ chính tắc ta có

$$\begin{cases} 96X_1 + 144X_2 - 21600 = 0 \\ 144X_1 + 360X_2 - 34580 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = 202,5\ (KN) \\ X_2 = 15\ (KN) \end{cases}$$

- Vẽ bđ (M_P): $M_P = (\bar{N}_1) \cdot X_1 + (\bar{N}_2) \cdot X_2 + M_P$

$M_A = M_E = 0 = M_{PC}$

$M_B = M_D = 0 + (-6) \cdot 15 + 0 = -90\ (KN \cdot m)$

$M_C = (-6) \cdot 202,5 + (-6) \cdot 15 + 1080 = -225\ (KN\,m)$

$M_{K_1} = \left(-\frac{3}{4} \cdot 6\right) \cdot 202,5 + (-6) \cdot 15 + 1215 = 213,75\ (KN \cdot m)$

$M_{K_2} = \left(-\frac{1}{2} \cdot 6\right) 202,5 + (-6) \cdot 15 + 1080 = 382,5\ (KN\,m)$

- Vẽ bđ (Q) theo bđ (M_P)

$Q_B = \frac{-90-0}{6} = -15\ (KN)$

Xét đoạn BC: $Q_B = \frac{382,5 + 90}{6} + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 8 = 169,75\ (KN)$

$Q_C = \frac{-225 - 382,5}{\ldots} - \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 6 = -191,25\ KN$

$Q_{CP} = 0\ (KN)$

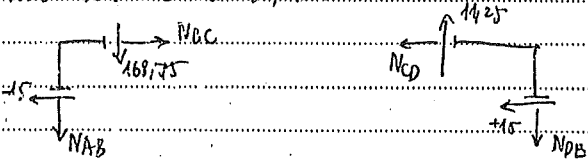
$Q_{DA} = \frac{0-(-90)}{6} = 15\ (KN)$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

- Vẽ biểu đồ N

$N_{DC} = -X_1 = -202,5$ (KN)

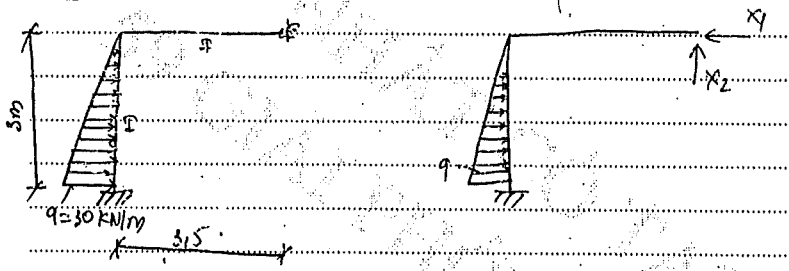
Tại nút B và D, ta có:

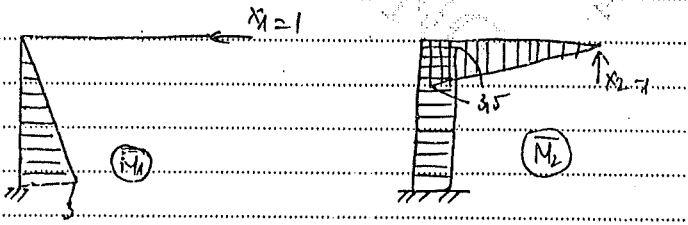


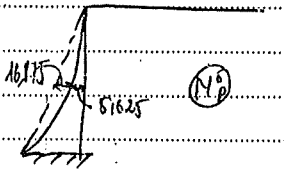
$N_{AB} = -168,175$ (KN) $\quad N_{CD} = -15$ (KN)

$N_{BC} = -15$ (KN) $\quad N_{DB} = 11,25$ (KN)

5.4







© Tài liệu chỉ có tại SV ghét phòng

Hệ ptr chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

$\delta_{11} = (\overline{M_1})(\overline{M_1}) = 3.3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{EI} = \frac{45}{EI}$

$\delta_{12} = \delta_{21} = (\overline{M_1})(\overline{M_2}) = 3.3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3{,}5 \cdot \frac{1}{EI} = \frac{15{,}75}{EI}$

$\delta_{22} = (\overline{M_2})(\overline{M_2}) = (3{,}5 \cdot 3{,}5 \cdot 3 + 3{,}5 \cdot 3{,}5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3{,}5 \cdot \frac{2}{3}) \frac{1}{EI} = \frac{51}{EI}$

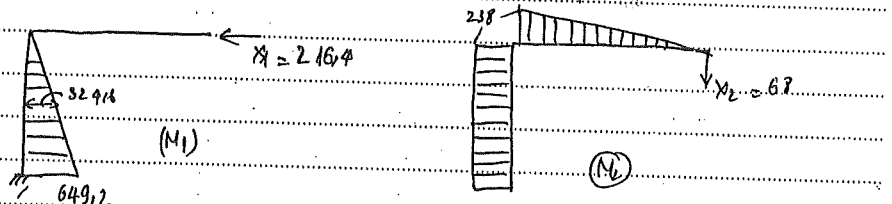
$\Delta_{1P} = (\overline{M_1})(M^0_P) = \frac{1}{EI} \cdot 3.3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{2}{3} \cdot 45 - \frac{1}{2} \cdot 16{,}8.75) = \frac{97}{EI}$

$\Delta_{2P} = (\overline{M_2})(M^0_P)$

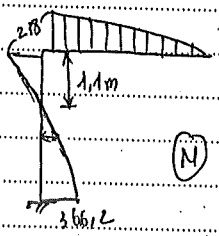
$= \frac{1}{EI} \cdot 3{,}5 \cdot 3 \cdot (45 \cdot \frac{1}{2} - 16{,}875) = 59$

Thay vào hpt ta có:

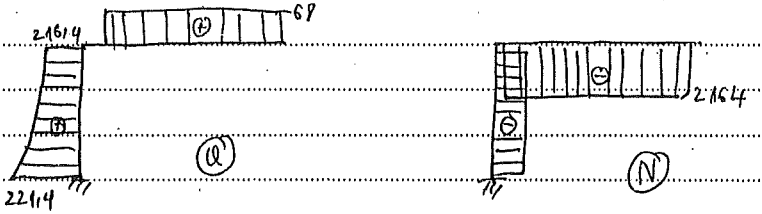
$$\begin{cases} 45 X_1 + 15{,}75 X_2 + 97 = 0 \\ 15{,}75 X_1 + 52 X_2 + 59 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -216{,}4 \\ X_2 = -68 \end{cases}$$



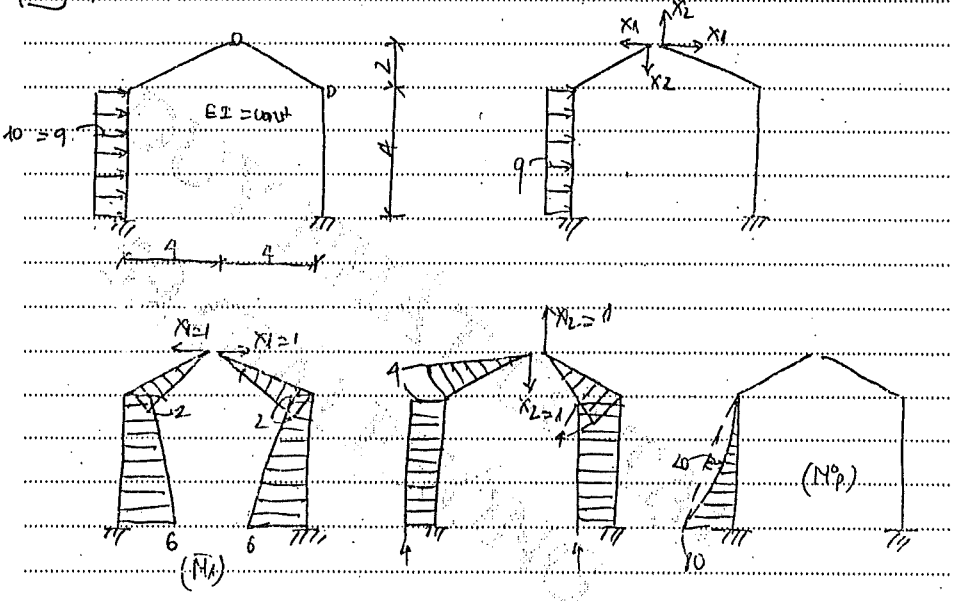
$M = (\overline{M_1}) \cdot X_1 + (\overline{M_2}) \cdot X_2 + M^0_P = M_1 + M_2 + M^0_P$



Tài liệu chỉ có tại 59 giải pháp



5.5



Hệ đã cho có 2 bậc siêu tĩnh :

- Hệ pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{11} X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2p} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_1) = \frac{1}{EI} 2 \left[\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2}(6+2) \cdot 4 \cdot 4 \right] = 86.6 / EI$$

$$\delta_{22} = (\bar{N}_2)(\bar{N}_2) = +2 \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{2}{3} 4 + 4 \cdot 4 \cdot 4 \right] = \frac{1757}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_2) = -\frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2}(6+2) \cdot 4 \cdot 4 \right]$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2}(6+2) \cdot 4 \cdot 4 \right] = 0$$

Tài liệu chỉ có tính chất tham khảo

$D_{1P} = (\bar{M}_1) \cdot (M_P) = \frac{-1}{EI}\left(\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 4 \left(2 + \frac{2}{3} \cdot 4\right) - \frac{2}{6} \cdot 20 \cdot 4 \cdot \frac{2+6}{2}\right)$

$= \frac{-1600}{3EI}$

$D_{2P} = (\bar{M}_2) \cdot (M_P) = \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 4 \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 4 \cdot 4\right]$

$= \frac{1280}{3EI}$

Thay vào hpt:

$$\begin{cases} 86,6 X_1 + 0 X_2 - 1600/3 = 0 \\ 0 X_1 + 175,7 X_2 + 1280/3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = 6,158 \ (kN) \\ X_2 = -2,428 \ (kN) \end{cases}$$

Dấu (-) chứ chuyển chiều X_2 ngc với chiều g thiết:

- Vẽ (M_P)

$M_A = 6 \cdot 6,158 - 4(-2,428) - 80 = -38,34 \ (kN\,m)$

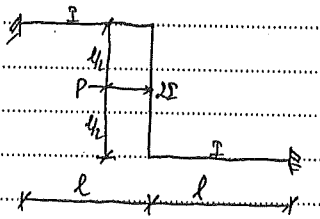
$M_B = 2 \cdot 6,158 - 4(-2,428) = 22,078 \ (kN\,m)$

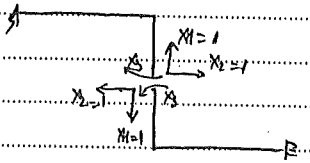
$M_C = 0$

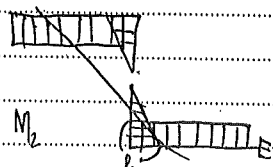
$M_D = 2 \cdot 6,158 + 4(-2,428) = 2,684 \ (kN)$

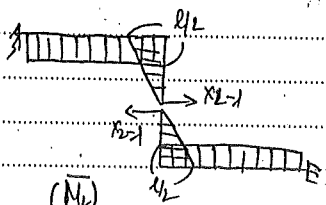
$M_E = 6 \cdot 6,158 + 4(-2,428) = 27,1236 \ (kN\,m)$

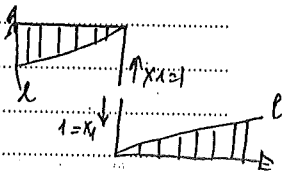
5.6.



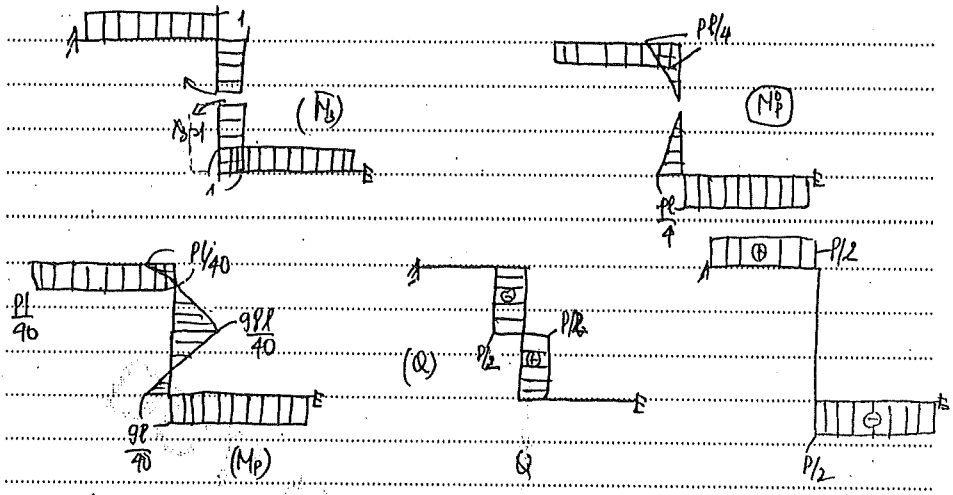








Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng



- Hệ đã cho có 3 bậc siêu tĩnh
- Chọn hệ cb như
- Hệ pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \Delta_{2P} = 0 \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \Delta_{3P} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = 2 \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \right] = \frac{2l^3}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_2) = 2 \cdot \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot \frac{l}{2} \right] = \frac{l^3}{2EI}$$

$$\delta_{22} = (\bar{N}_2)(\bar{N}_2) = 2 \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{2}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{13 l^3}{24EI}$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = 0$$

$$\delta_{33} = (\bar{N}_3)(\bar{N}_3) = \frac{2}{2EI} \cdot (1 \cdot \frac{l}{2} \cdot 1) + \frac{2}{EI} (1 \cdot l \cdot 1) = \frac{5}{2} \frac{l}{EI}$$

$$\delta_{31} = \delta_{13} = 0$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải pháng

$D_{1P} = (\bar{N}_1)(N_P^0) = 0$

$D_{2P} = (\bar{N}_2)(N_P^0) = 0$

$D_{3P} = (\bar{N}_3)(M_P^0) = -2\,\frac{1}{EI}\cdot\frac{Pl}{4}\cdot\frac{l}{2}\cdot 1 = 2\cdot\frac{1}{2EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{Pl}{4}\cdot\frac{l}{2}\cdot 1 = -\frac{98}{16EI}l^2$

Thay vào hệ ta có:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2 = 0 \\ \frac{1}{2}X_1 + \frac{13}{24}X_2 = 0 \\ \frac{5}{2}PX_3 - \frac{98l^2}{16} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 0 \\ X_2 = 0 \\ X_3 = \frac{98l}{10} \end{cases}$$

Vẽ biểu đồ N

$N_P = (\bar{N}_1)X_1 + (\bar{N}_2)X_2 + (\bar{N}_3)X_3 + N_P^0$

$N_A = 0 + 0 + (-1)\frac{98}{40}l + \frac{Pl}{40} = \frac{Pl}{40}$

$N_B = 0 + 0 + (-1)\frac{98l}{40} + \frac{Pl}{4} = \frac{Pl}{40}$

$N_D = 0 + 0 + (-1)\left(\frac{98l}{40}\right) + \frac{Pl}{4} = \frac{Pl}{40}$

$N_E = \frac{Pl}{40}$

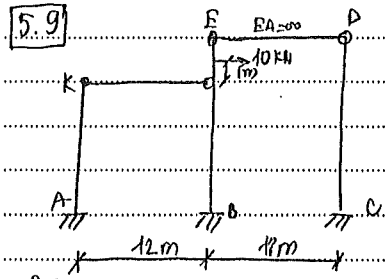
Vẽ Q: $Q_{AB} = Q_{DE} = 0$, $Q_{CB} = \left(-\frac{Pl}{40} - \frac{98l}{40}\right)\frac{x}{l}$;

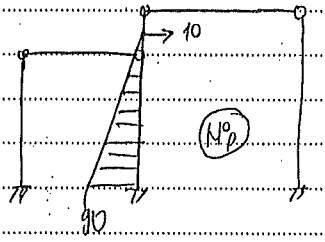
$Q_{CD} = \left[\frac{98l}{40} - \left(-\frac{Pl}{40}\right)\right]\frac{2}{l} = \frac{P}{2}$

Vẽ N.

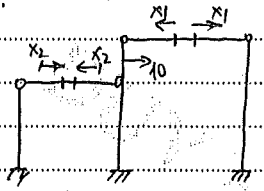
$N_{AB} = \frac{P}{2}$, $N_{BD} = 0$, $N_{DB} = -\frac{P}{2}$.

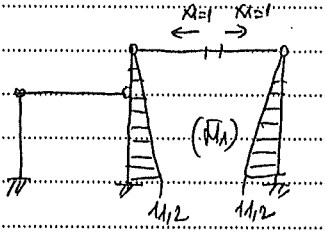
5.9

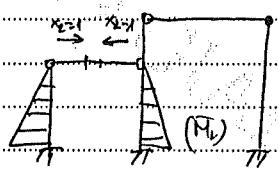


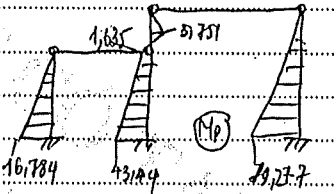


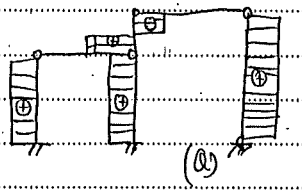
Bậc siêu tĩnh : $n = 3.2 - 4 = 2$

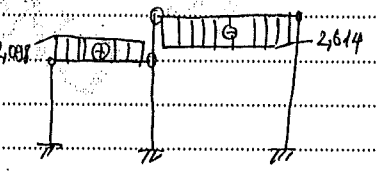




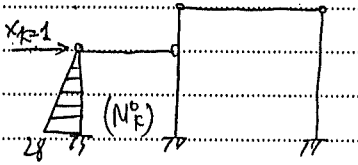








Chọn hệ cb như
Hệ pt chính tắc



$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + D_{1p} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + D_{2p} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = (\overline{M}_1)(\overline{M}_1) = 2 \frac{1}{I_3} \left[3,28 \left(3,2 + \frac{8}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \left(3,2 + \frac{2}{3} 8\right) \right.$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,2 \cdot 3,2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3,2 \right] = \frac{156}{B+}$$

$\delta_{22} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_2) = \frac{1}{I_2}\frac{1}{2}\,8\,8\cdot\frac{2}{3}\,8 + \frac{1}{I_3}\,\frac{1}{2}\,8\,\frac{2}{3}\,8\,8 = \frac{704}{9I_2}$

$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{I_3}\,\frac{1}{2}\,8\,8\,(3{,}2 + \frac{2}{3}\,8) = \frac{102{,}4}{3I_2}$

$D_{1p} = (\bar{M}_1)(M^0_p) = \frac{1}{I_3}\left(10\cdot 8\cdot\frac{3{,}2+11{,}2}{2}\right)\frac{1}{2}\,80\,8\,(3{,}2\cdot\frac{2}{3}\,8)$

$= \frac{1}{I_2}\,\frac{1}{2}\,10\,1\,(3{,}2 + \frac{2}{3}\,1) = -\frac{1283}{3I_2}$

$D_{2p} = (\bar{M}_2)(M^0_p) = -\frac{1}{I_3}\,\frac{1}{2}\,8\,8\,(10\cdot + \frac{2}{3}\,80) = -\frac{760}{3I_2}$

Thay vào hệ đã có:

$$\begin{cases} 136{,}02\,X_1 + 102{,}4/3\,X_2 - 1283/3 = 0 \\ \frac{102{,}4}{3}X_1 + \frac{704}{9}X_2 - \frac{760}{3} = 0 \end{cases} \quad (-) \quad \begin{cases} X_1 = 2{,}614\ KN \\ X_2 = 2{,}098\ KN \end{cases}$$

Vẽ bđ N_y: $N = (\bar{M}_1)X_1 + (\bar{M}_2)X_2 + M^0_p$

Tính M_A, M_D, M_C, M_E, M_G

Vẽ bđ N, Q:

① Chuyển vế ngang tại k

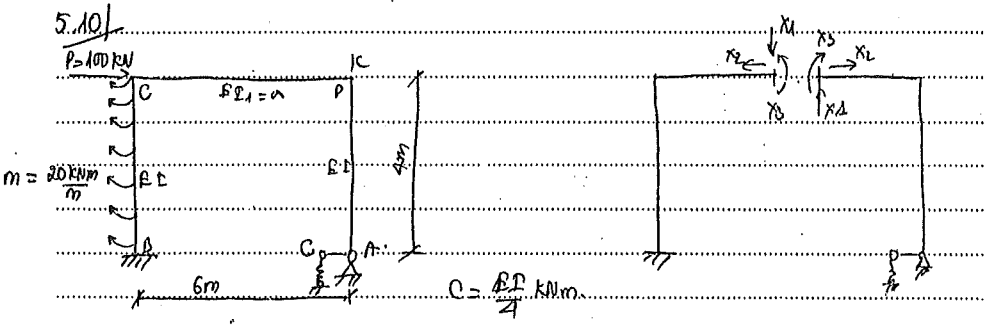
- Vẽ bđ $(\bar{M}^0_K)$ do lực $X_K = 1$ đặt tại k gây ra

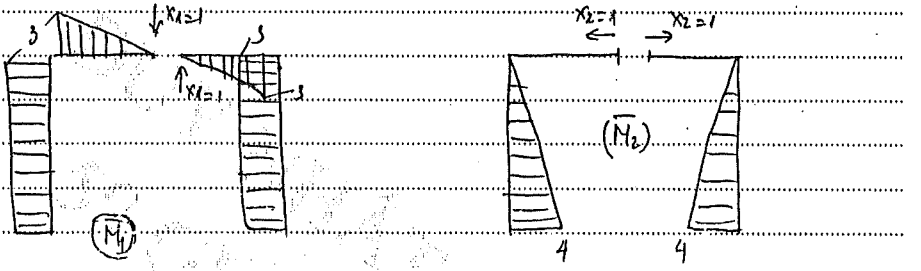
$D_{K.} = (\bar{M}^0_K)(M_p) = \frac{1}{I_1}\,\frac{1}{2}\,8\,8\,\frac{2}{3}\,16{,}289$

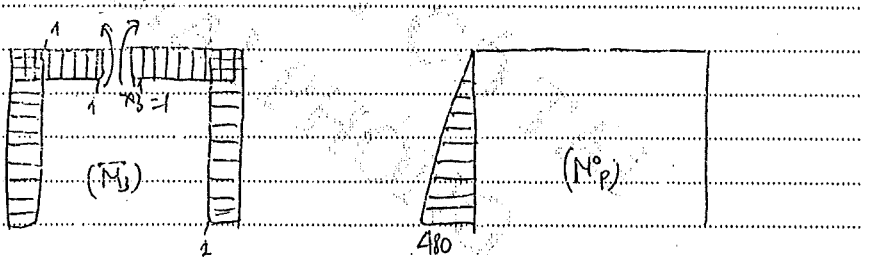
$= \frac{347{,}86}{I_1}$ (chiều từ trái sang phải)

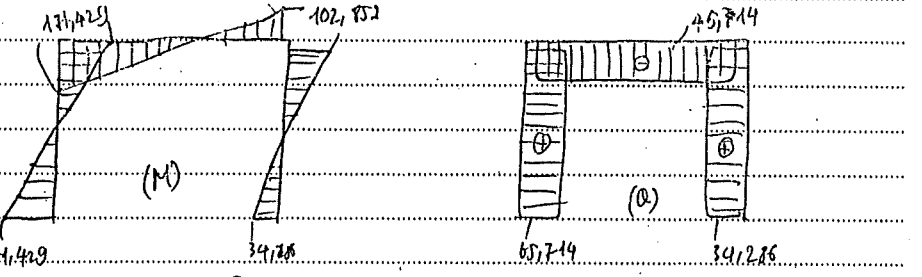
Tài liệu chỉ có tại Sv giải phóng

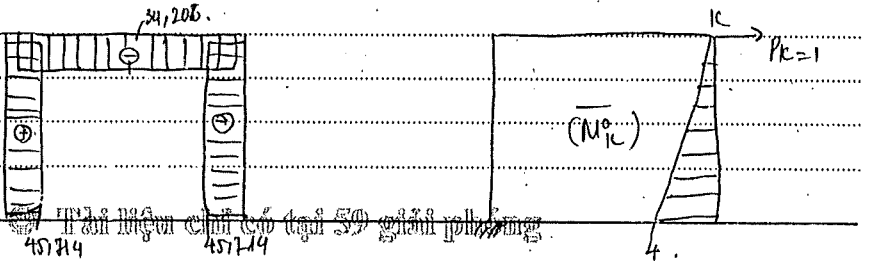
5.10/











Tài liệu chỉ có tại 59 giải pháp

Bậc siêu tĩnh: $n = 3.2 - 3 = 3$

Lập hệ pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \Delta_{2P} = 0 \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \Delta_{3P} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1) + \frac{\bar{R}_{A1}\,\bar{R}_{A1}}{C} = \frac{2}{EI}\left[\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\right] + \frac{3\cdot 3}{C}$$

$$= \frac{72}{EI} + \frac{9\cdot 4}{EI} = \frac{108}{EI}$$

$$\delta_{22} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_2) + \frac{\bar{R}_{A2}\cdot\bar{R}_{A2}}{C} = \frac{2}{EI}\left(4\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4\right) + \frac{4\cdot 4}{C} = \frac{320}{3EI}$$

$$\delta_{33} = (\bar{M}_3)(\bar{M}_3) + \frac{\bar{R}_{A3}\cdot\bar{R}_{A3}}{C} = \frac{2}{EI}(1\cdot 4\cdot 1) + \frac{1\cdot 1}{C} = \frac{12}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_2) + \frac{\bar{R}_{A1}\cdot\bar{R}_{A2}}{C} = 0 + \frac{3\cdot 4}{C} = \frac{48}{EI}$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_3) + \frac{\bar{R}_{A1}\cdot\bar{R}_{A3}}{C} = 0 + \frac{3\cdot 1}{C} = \frac{12}{EI}$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_3) + \frac{\bar{R}_{A2}\cdot\bar{R}_{A3}}{C} = \frac{2}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot 1\right) + \frac{4\cdot 1}{C} = \frac{32}{EI}$$

$$\Delta_{1P} = (\bar{M}_1)(M^0_P) + \frac{\bar{R}_{A1}\cdot\bar{R}_{A^0P}}{C} = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 480\cdot 4\cdot 3\right) + 0 = \frac{2880}{EI}$$

$$\Delta_{2P} = (\bar{M}_2)(M^0_P) + \frac{(\bar{R}_{A2})\cdot(\bar{R}_{A^0P})}{C} = -\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 480\cdot 4\cdot\frac{2}{3}\cdot 4\right) + 0 = -\frac{2560}{EI}$$

$$\Delta_{3P} = (\bar{M}_3)(M^0_P) + \frac{\bar{R}_{A3}\cdot\bar{R}_{A^0P}}{C} = -\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 480\cdot 4\cdot 1\right) + 0 = -\frac{960}{EI}$$

Thay kq vào hpt

$$\begin{cases} 108 X_1 + 48 X_2 + 12 X_3 + 2880 = 0 \\ 48 X_1 + 320 X_2 + 32 X_3 - 2560 = 0 \\ 12 X_1 + 32 X_2 + 12 X_3 - 960 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -45,7142\ kN \\ X_2 = 34,2857\ kN \\ X_3 = 34,2857\ kN \end{cases}$$

Tài liệu chỉ có tại Sổ quản phương

Vẽ biểu đồ:

$(M) = (\bar{M}_1) \cdot X_1 + (\bar{M}_2) \cdot X_2 + (M_P)$

Vẽ biểu đồ lực cắt và momen uốn:

$Q_{EC} = tg\beta \cdot m = 2 \cdot 171,42814 - 20 = 65,7114\ (KN)$

Xác định chuyển vị ngang tại K

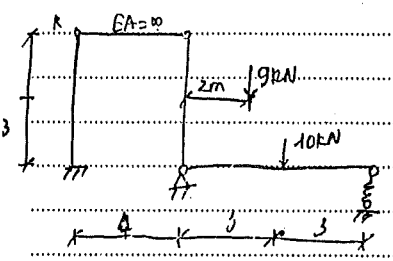
$x_K = (\bar{M}^0_K)(M) + \frac{R_{AK} \cdot R_{AP}}{C}$

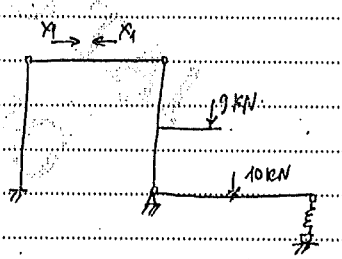
$= \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2} \cdot 34,286 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot 102,875 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4\right)$

$+ \frac{34,286 \cdot 4 \cdot 4}{EI}$

$= \frac{457,142}{EI}$

5.12





Số bậc siêu tĩnh $n = 3 \cdot 2 - 5 = 1$

pt chính tắc của hệ:

$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$

Trong đó:

$\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1) + \frac{\bar{R}_{C1} \cdot \bar{R}_{C1}}{C} = \frac{1}{EI} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} 6 + 11 \cdot \frac{20}{ET}$

$= \frac{236}{EI}$

Tài liệu chỉ có tại 5D giải pháng

$D_{1p} = (\bar{N}_1)\cdot(N^0_p) + \frac{\bar{R}_1 \cdot \bar{R}_{0c}}{c} = \frac{1}{EI}\left[18.3.\frac{3+6}{2} + \left[18.3\left(3+\frac{1}{2}.3\right)\right.\right.$

$\left.\left. + \frac{1}{2}.6.3.\frac{1}{3}.3\right) + \frac{1}{2}.2.4.8.\frac{2}{3}.3\right] = -\frac{18.20}{EI} = -\frac{720}{EI}$

Thay vào pt

$236 X_1 - 727 = 0 \Leftrightarrow X_1 = 727/236 = 3,081$ (KN)

- Vẽ biểu đồ: N

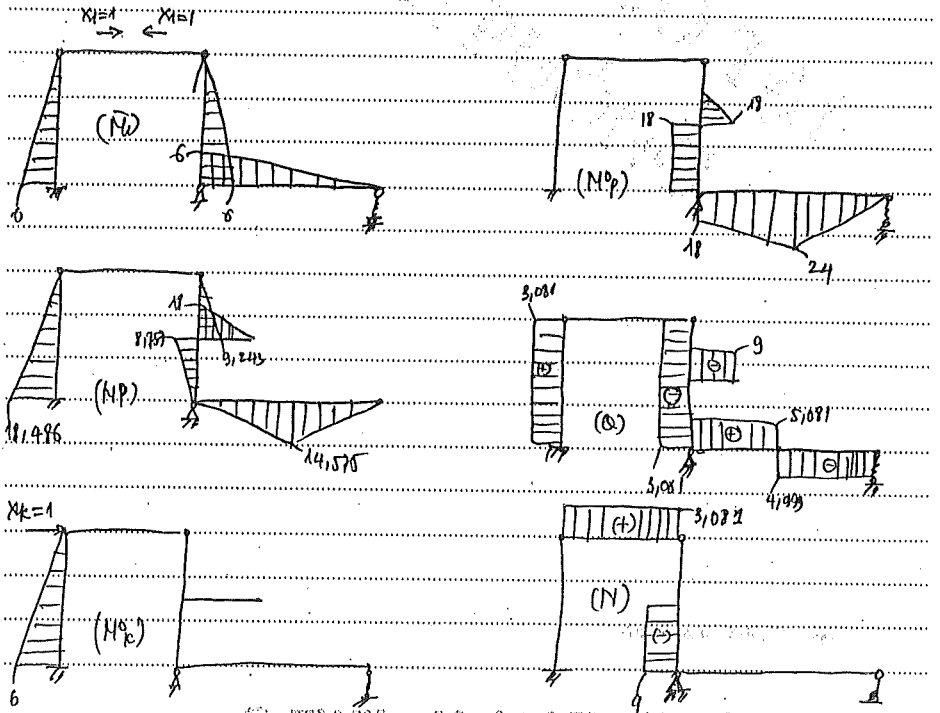
$N = (\bar{N}_1) X_1 + (N^0_p)$

- Vẽ biểu đồ Q.

- Chuyển vị ngang tại k.

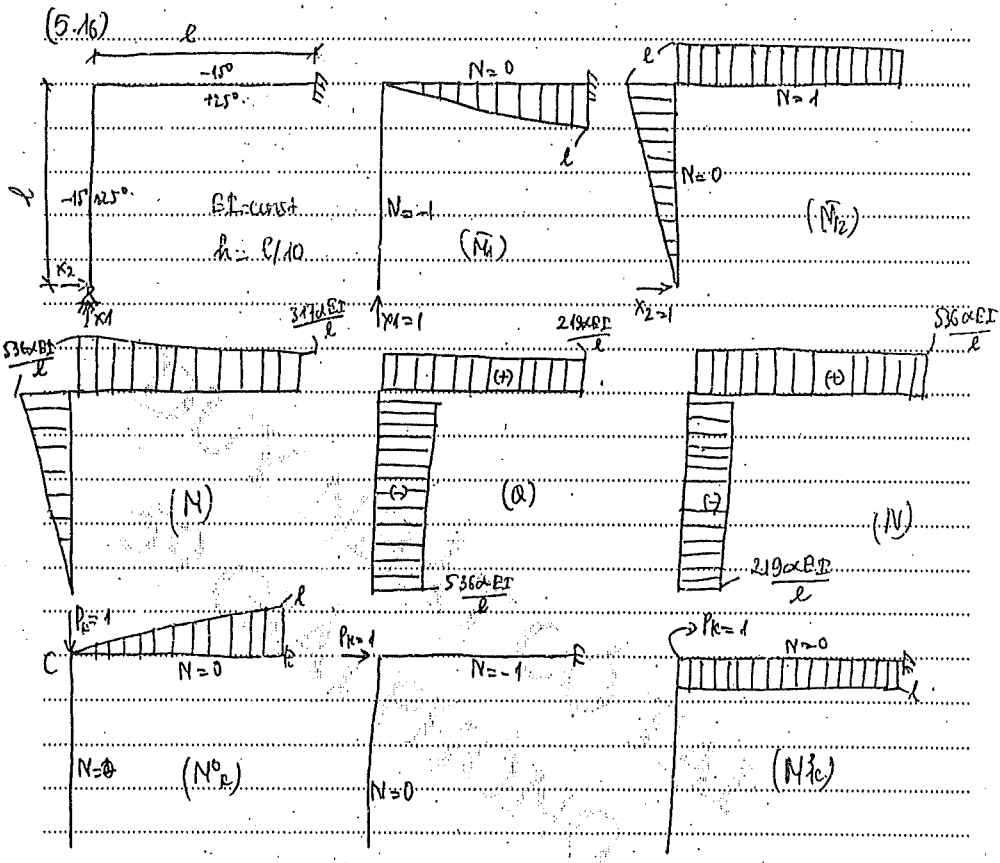
$D_{kp} = (N^0_k).(N) + \frac{\bar{R}_{0k} + \bar{R}_p}{c} = \frac{1}{EI}.\frac{1}{2}.6.6.\frac{2}{3}.18,486$

$= \frac{222,832}{EI}$ (hướng từ trái sang phải)



Tài liệu chỉ có tại 5y quốc phòng

(5.16)



- Xác định bậc siêu tĩnh: Hệ có bậc siêu tĩnh = 2
- Chọn hệ cơ bản: Loại bỏ gối cố định tại A, thay thế td = 2 lực X_1, X_2 như hình vẽ:
- Hệ pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1t} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2t} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_1) = \frac{1}{EJ} \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l = \frac{l^3}{3EJ}$$

$$\delta_{22} = (\bar{N}_2)(\bar{N}_2) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + l \cdot l \cdot l \right) = \frac{4l^3}{3EJ}$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

$\delta_{12} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_2) = \delta_{21} = \frac{-1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot l = \frac{-l^3}{2EI}$

$\Delta_{1t} = \sum \frac{\alpha}{h} (t_{2m} - t_{1m}) \Omega(\bar{N}_1) + \sum \alpha t_{cm} \Omega(\bar{N}_1)$

$= \frac{\alpha}{h/2} \frac{\alpha}{l/10} (25+15) \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot l + \alpha \frac{25-15}{2} (-1) l = 195 \alpha l$

$\Delta_{2t} = \sum \frac{\alpha}{h} (t_{2m} - t_{1m}) \Omega(\bar{N}_2) + \sum \alpha \cdot t_{cm} \cdot \Omega(\bar{N}_2)$

$= -\frac{\alpha}{l/10} (25+15) \left(\frac{l^2}{2} + l^2\right) + \alpha \frac{25-15}{2} (-1) l = -605 \alpha l.$

Thế vào hpt:

$$\begin{cases} \frac{l^3}{3EI} X_1 - \frac{l^3}{2EI} X_2 + 195 \alpha l = 0 \\ \frac{-l^3}{2EI} X_1 + \frac{4l^3}{3EI} - 605 \alpha l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = 219 \frac{\alpha EI}{l^2} \\ X_2 = 536 \frac{\alpha EI}{l^2} \end{cases}$$

- Vẽ biểu đồ nội lực:

+ Biểu đồ M: sử dụng tìm theo công thức: $M = (\bar{N}_1) \cdot X_1 + (\bar{N}_2) \cdot X_2$

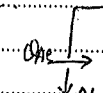
+ Biểu đồ Q:

$Q_{AC} = Q_{CA} = tg\beta_1 = \frac{M^P - M^T}{l} = \frac{-536 \alpha EI/l - 0}{l} = \frac{-536 \alpha EI}{l^2}$

$Q_{CB} = Q_{BC} = tg\beta_2 = \frac{M^P - M^T}{l} = \frac{-\frac{317\alpha EI}{l} + \frac{536 \alpha EI}{l}}{l} = \frac{219 \alpha EI}{l^2}$

+ Biểu đồ lực dọc: N

Xét tại C:



$N_{CB} = -Q_{AC} = \frac{536 \alpha EI}{l^2}$

$N_{AC} = -Q_{CB} = -\frac{219 \alpha EI}{l^2}$

- Xác định chuyển vị tại C:

Áp dụng công thức tính chuyển vị (.) hệ siêu tĩnh chịu sự thay đổi t°

Tài liệu chỉ có tại sv giải phóng

$\Delta_{Km} = (M)(\bar{N}^0_k) + \sum \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\Omega(\bar{N}^0_{kc}) + \sum \alpha t_{0m}\Omega$

+ Xét các trạng thái khả dĩ "K" như hình

• Chuyển vị thẳng đứng:

$V_C = (M)(\bar{N}^0_k) + \sum \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\Omega(\bar{N}^0_k)$

$= \frac{1}{EI}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot 536\cdot\frac{\alpha EI}{l}\cdot l\cdot\frac{l}{3} + \frac{1}{2}\cdot 317\cdot\frac{\alpha EI}{l}\cdot l\cdot\frac{2}{3}l\right] - \frac{\alpha}{h}\cdot(25+15)\cdot\frac{l^2}{2}$

$= 195\alpha l^2 - 200\alpha l = -5\alpha l$ (chiều lên trên)

• Chuyển vị ngang

$x_C = \sum \alpha t_{0m}\Omega(\bar{N}^0_k)$

$= -\alpha\frac{(25-15)}{2}\cdot 1\cdot l = -5\alpha l$ (hướng sang bên trái)

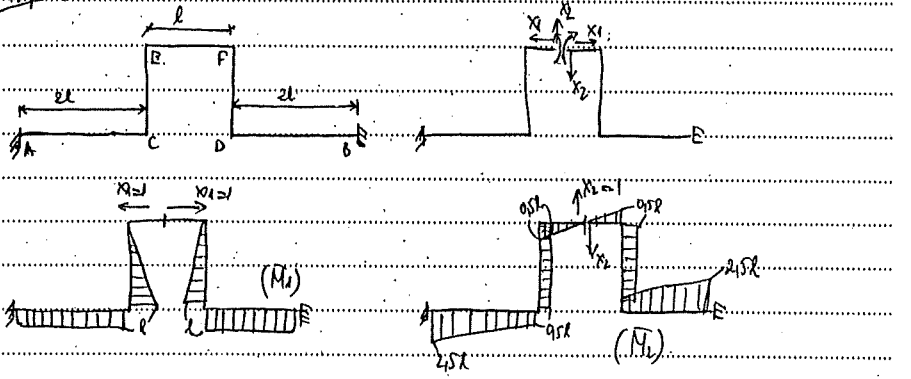
• Chuyển vị xoay:

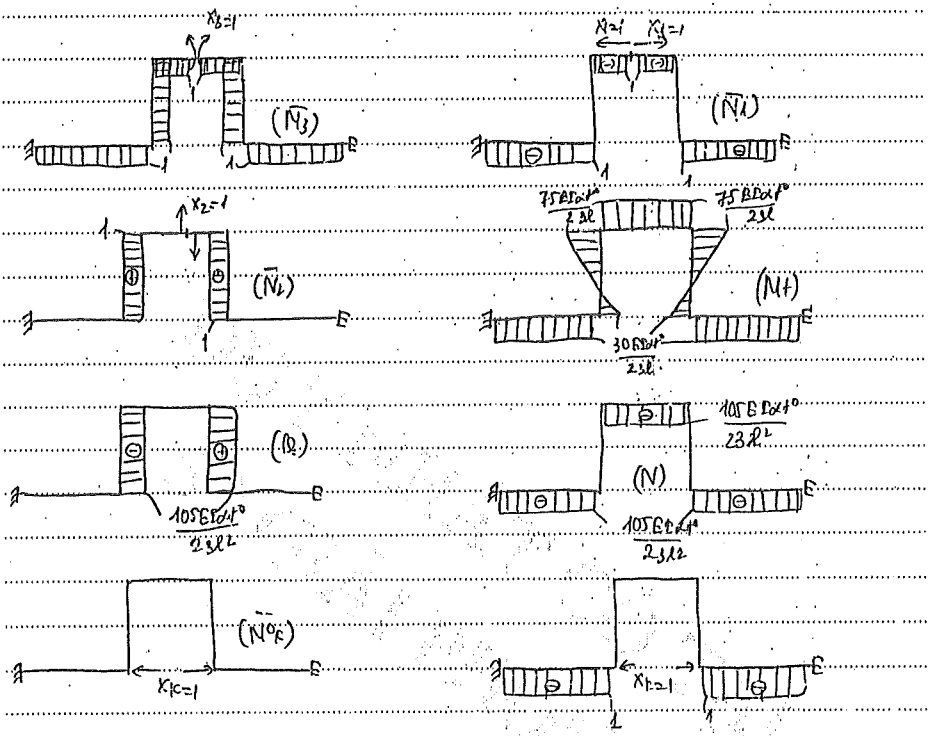
$\varphi_C = (M)(\bar{N}^0_{kc}) + \sum \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\Omega(\bar{N}^0_k)$

$= -\frac{1}{EI}\left[\frac{l}{2}\cdot(536+317)\frac{\alpha EI}{l}\cdot 1\cdot 1\right] + \frac{\alpha}{h}(25+15)\cdot l\cdot 1$

$= -265\alpha$ (ngược chiều kim đồng hồ)

5.18/





- Hệ đã cho có 3 bậc siêu tĩnh
- Hệ pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1F} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2F} = 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3F} = 0 \end{cases}$$

- Vẽ bđ M_i, Q của các hệ $X_1 = 1,\ X_2 = 1,\ X_3 = 1$
- Tính các số hạng tự do:

$$\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1) = \frac{1}{EI} \cdot 2\left(\frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + l \cdot 2l \cdot l\right) = \frac{14l^3}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = 0$$

$$\delta_{22} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_2) = \frac{2}{EI}\left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}5l \cdot 0{,}5l \cdot \frac{2}{3} 0{,}5l + \frac{l}{2} \cdot l \cdot \frac{1}{2}\right)$$

Tài liệu chỉ có tại sv giải phóng

$+\left(\frac{1}{2}\cdot 2l\cdot l\cdot 15l + \frac{1}{2}\cdot 2l\cdot 2l\cdot\frac{2}{3}2l\right)\Big]$

$= \frac{107\,l^3}{12EI}$

$\delta_{23} = \delta_{31} = \frac{1}{EI}\,2\left[\frac{1}{2}\cdot l\cdot l\cdot 1 + l\cdot 2l\cdot 1\right] = \frac{5l^2}{EI}$

$\delta_{33} = (\overline{M_3})(\overline{M_3}) = \frac{1}{EI}\cdot 2\left[1\cdot\frac{l}{2}\cdot 1 + 1\cdot l\cdot 1 + 1\cdot 2l\cdot 1\right]$

$= 7l/EI$

$\Delta_{1t} = \sum\frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\overline{M_1}) + \sum\alpha\, t_{cm}\,\Omega(\overline{N_1})$

$= 0 + \alpha t^0\left[l(-1) + 2\cdot 2l\cdot(-1)\right] = -5l\cdot\alpha t^0$

$\Delta_{2t} = \sum\frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\overline{M_2}) + \sum\alpha\, t_{cm}\,\Omega(\overline{N_2})$

$= 0 + \alpha t^0(1\cdot l + (-1)\,l) = 0$

$\Delta_{3t} = \sum\frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\overline{M_3}) + \sum\alpha\, t_{cm}\,\Omega(\overline{N_3})$

$= 0$

- Thay vào hệ pt

$$\begin{cases} \frac{14l^3}{3EI}X_1 + 0\cdot X_2 + \frac{5l^2}{EI}X_3 - 5l\cdot\alpha\cdot t^0 = 0 \\ 0\cdot X_1 + \frac{107}{12EI}X_2 + 0 + 0 = 0 \\ \frac{5l^2}{EI}X_1 + 0\cdot X_2 + \frac{7l}{EI}X_3 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{105}{23}\,\frac{EI\alpha t^0}{l^2} \\ X_2 = 0 \\ X_3 = -\frac{75}{23}\,\frac{EI\alpha t^0}{l^2} \end{cases}$$

- Vẽ biểu đồ (M_t)

$M_B = M_A = l \cdot \frac{105\,EI\,\alpha t^\circ}{23l^2} + 1\left(-\frac{75\,EI\alpha t^\circ}{2l}\right) = \frac{30\,EI\,\alpha t^\circ}{23l}$

$N_C = N_D = 30\,EI\,\alpha t^\circ / 23l$

$M_E = M_F = 1\left(-\frac{75\,EI\,\alpha t^\circ}{23l}\right) = -\frac{75\,EI\cdot\alpha t^\circ}{23l}$

- Vẽ bđ: (Q_t) $Q_{AC} = Q_{EF} = Q_{DB} = 0$

$Q_{FD} = -Q_{CE} = 105\,EI\,\alpha t^\circ / 23l^2$

- Vẽ bđ (N_t) $N_{FD} = N_{CE} = 0$

$N_{AC} = N_{EF} = N_{DB} = -105\cdot EI\,\alpha t^\circ / 23l^2$

② Chuyển vị thẳng hỗ tương đối giữa 2 tiết diện C và D:

- Biểu đồ M trên do cặp lực $X_k = 1$ đặt tại 2 tiết diện C, D gây ra trên hệ cơ bản: $(\bar{N}^0_k)$, $(\bar{N}^1_k)$.

- Chuyển vị tương đối giữa 2 tiết diện (chuyển vị thẳng) là:

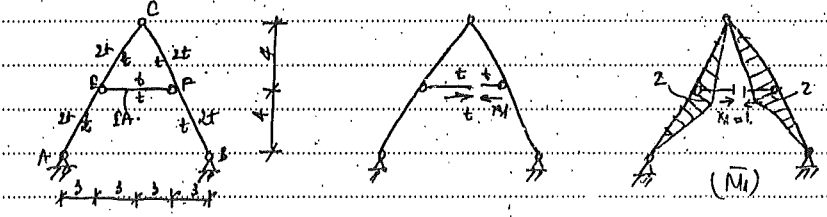
$D_{kt} = (M_t)(\bar{N}^0_k) + \sum \frac{\alpha}{ic}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\bar{N}^0_c) + \sum \alpha t_{cm}\,\Omega(\bar{N}$

$= 0 + 0 + \alpha t^\circ(-1)\cdot 2l\cdot 2 = -4l\alpha t^\circ$

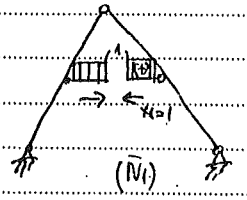
Dấu "-" chứng tỏ 2 tiết diện C và D đều chuyển lại gần nhau.

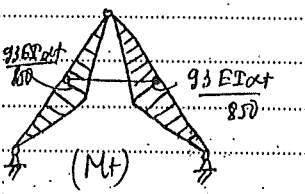
5.20/ $A = I/10.3^2$

$h = 0{,}15\ m$



Tài liệu chỉ có tại 5Y giải pháng





- Hệ đã cho có 1 bậc siêu tĩnh:
- pt chính tắc tổng:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1t} = 0$$

- $\Delta_{1t} = \sum \frac{\alpha}{h} (t_{2m} - t_{1m}) \Omega(\bar{M}_1) + \sum \alpha t_m \Omega(\bar{N}_1)$

$$= 4 \frac{\alpha}{h} (t - 2t)\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5\right) + \alpha \frac{2t + t}{2} (2 \cdot 1 \cdot 3)$$

$$= -31 \alpha t$$

- $\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1) + (\bar{N}_1)(\bar{N}_1) = 4 \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \frac{1}{EA} \cdot 13$

$$= \frac{80}{3EI} + \frac{6}{EI} \cdot 10 \cdot 3^2 = \frac{1700}{3EI}$$

- Thay vào hệ pt ta có

$$\frac{1700}{3EI} X_1 - 31 \alpha t = 0 \Leftrightarrow X_1 = \frac{93 EI \alpha t}{1700}$$

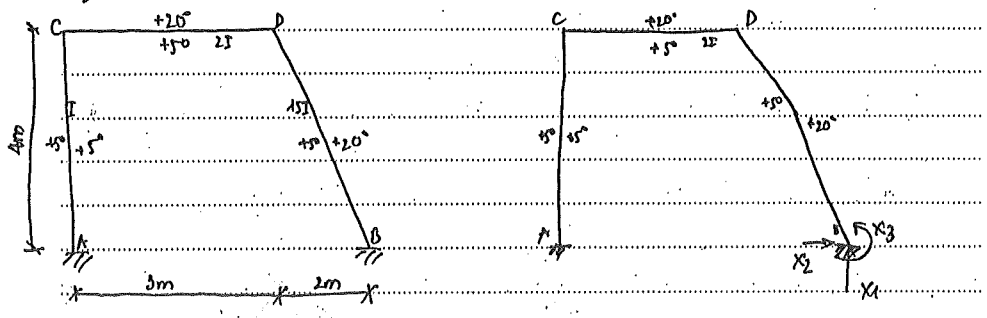
- Vẽ b.đồ M (M_t)

$M_A = M_B = M_C = 0$

$$M_E = M_F = 2 \cdot \frac{93 EI \alpha t}{1700} = \frac{186 EI \alpha t}{1700} = \frac{93 EI \alpha t}{850}$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

5.21:



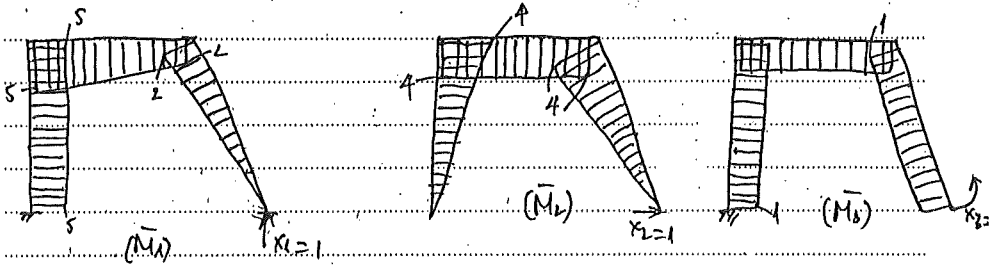
$EI = Const = 28000\ kN/m^2$

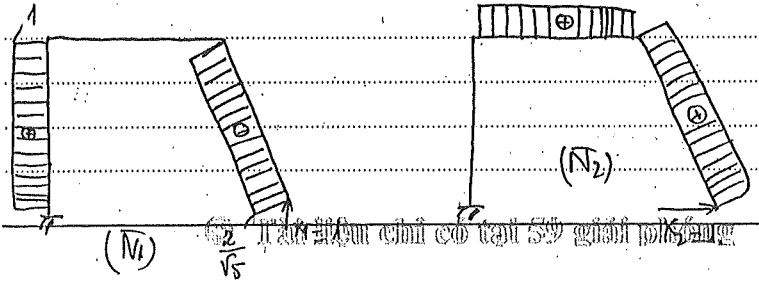
$\alpha = Const = 1.10^{-5}$

$h_{AC} = 0,4\ m$; $h_{CD} = 0,5\ m$; $h_{DB} = 0,46\ m$

- Xét bậc siêu tĩnh : Hệ có 3 bậc siêu tĩnh
- Chọn hệ cơ bản như
- Hệ pt cơ bản

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1t} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \Delta_{2t} = 0 \\ \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \Delta_{3t} = 0 \end{cases}$$





Tài liệu chỉ có tại Sv giải pháp

Biểu đồ M, N do riêng các lực $X_1 = 1$; $X_2 = 1$; $X_3 = 1$ gây ra trên hệ cơ bản:

Tacó:

$$\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1) = \frac{1}{1,5EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{5}\cdot 2\cdot\frac{2}{3}\cdot 2 + \frac{1}{2EI}\left[2\cdot 3\cdot\frac{5+2}{2}\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot\left(2+\frac{2}{3}\cdot 3\right)\right] + \frac{1}{EI}\cdot 5\cdot 4\cdot 5 = \frac{123,475}{EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{N}_1)\cdot(\bar{M}_2) = \frac{1}{1,5EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + \frac{1}{2EI}\cdot\frac{5+2}{2}\cdot 3\cdot 4 + \frac{1}{EI}\cdot 5\cdot 4\cdot\frac{4}{2} = \frac{69,9}{EI}$$

$$\delta_{23} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_3) = \frac{1}{1,5EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\sqrt{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + \frac{1}{2EI}\cdot 4\cdot 3\cdot 4 + \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot 1 = \frac{19,963}{EI}$$

$$\delta_{22} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_2) = \frac{1}{1,5EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + \frac{1}{2EI}\cdot 3\cdot 4 + \frac{1}{EI}\cdot 4\cdot 4\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 = \frac{61,234}{EI}$$

$$\delta_{33} = (\bar{M}_3)(\bar{M}_3) = \frac{1}{1,5EI}\cdot 1\cdot 2\sqrt{5}\cdot 1 + \frac{1}{2EI}\cdot 1\cdot 3\cdot 1 + \frac{1}{EI}\cdot 1\cdot 4\cdot 1 = \frac{8148}{EI}$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = (\bar{N}_1)(\bar{M}_3) = \frac{1}{1,5EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{5}\cdot 1 + \frac{1}{2EI}\cdot\frac{5+2}{2}\cdot 3\cdot 1 + \frac{1}{EI}\cdot 5\cdot 4\cdot 1 = \frac{28,231}{EI}$$

$$\Delta_{1t} = \sum\frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\cdot\Omega(\bar{N}_1) + \sum\alpha\, t_{cm}\,\Omega(N_1)$$

$$= \frac{1\cdot 10^{-5}}{0,140}(5-20)\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{5} + \frac{1\cdot 10^{-5}}{0,15}(5-20)\cdot\frac{5+2}{2}\cdot 3 + \frac{1\cdot 10^{-5}}{0,14}(5-5)\cdot 5\cdot 4 + \frac{10^{-5}}{2}\cdot\frac{5+20}{2}\cdot\left(-\frac{2}{15}\right)\cdot 2\sqrt{5} + 1\cdot 10^{-5}\cdot\frac{5+5}{2}\cdot 1\cdot 4 = -490,831\cdot 10^{-5}$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

$D_{2t} = \sum \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\bar{N}_2) + \sum \alpha\, t_{cm}\,\Omega(N_L)$

$= \frac{1.10^{-5}}{0,146}(5-20)\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\sqrt{5} + \frac{1\cdot 10^{-5}}{0,15}(5-20)\cdot 4\cdot 3 + \frac{1.10^{-5}}{0,14}(5-5)\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4$

$+ 1.10^{-5}\,\frac{5+20}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\,2\sqrt{5} + 1.10^{-5}\,\frac{5+20}{2}\cdot 1\cdot 3$

$= -518 - 589,161\cdot 10^{-5}$

$D_{3t} = \sum \frac{\alpha}{h}(t_{2m} - t_{1m})\,\Omega(\bar{N}_3)$

$= \frac{1.10^{-5}}{0,146}(5-20)\cdot 1\cdot 2\sqrt{5} + \frac{1\cdot 10^{-5}}{0,15}(5-20)\cdot 1\cdot 3 + \frac{1.10^{-5}}{0,14}(5-5)\cdot 1\cdot 4$

$= -235,831\cdot 10^{-5}$

Khi đó:

$$\begin{cases} \frac{123,475}{EI}X_1 + \frac{68,95}{EI}X_2 + \frac{28,231}{EI}X_3 - 190,831\cdot 10^{-5} = 0 \\ \frac{68,95}{EI}X_1 + \frac{61,234}{EI}X_2 + \frac{19,863}{EI}X_3 - 589,161\cdot 10^{-5} = 0 \\ \frac{28,231}{EI}X_1 + \frac{19,963}{EI}X_2 + \frac{8,481}{EI}X_3 - 235,831\cdot 10^{-5} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -2,747 \\ X_2 = 1,118 \\ X_3 = 13,91 \end{cases}$$

- Vẽ biểu đồ N_L:

$N = (\bar{N}_1)\cdot X_1 + (\bar{N}_2)\cdot X_2 + (\bar{N}_3)\cdot X_3$

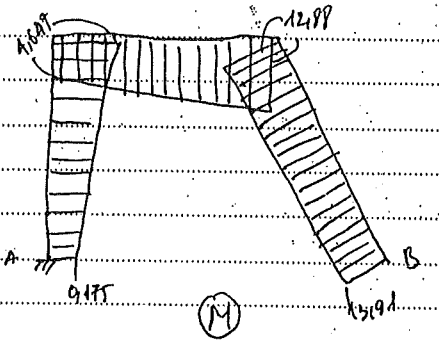
$N_A = 5(-2,747 + 0 + 13,91) = 0,175\ (kN.m)$

$N_B = 0 + 0 + 1(13,91) = 13,91\ (kN.m)$

$N_C = 5(-2,747) + 4\cdot 1,118 + 1\cdot 13,91 = 4,697\ (kN.m)$

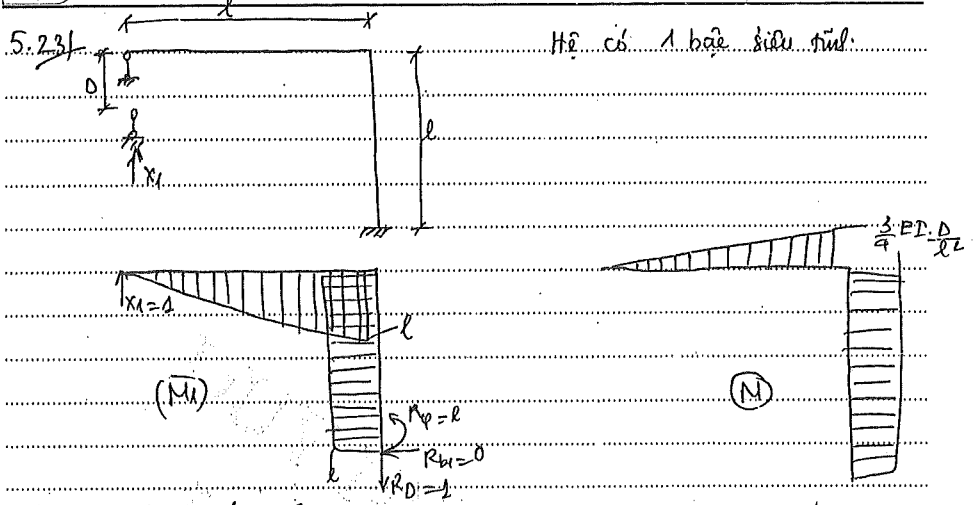
$N_D = 8(-2,747) + 4\cdot 1,118 + 1\cdot 13,91 = 12,188\ (kNm)$

Tài liệu chỉ có tại SV ghinh phòng



Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

5.23/ Hệ có 1 bậc siêu tĩnh.



Phương trình chính tắc

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1S} = 0$$

$$\delta_{11} = (\bar{N}_1)\cdot(\bar{N}_1) = \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot l^2\cdot\frac{2}{3}l + \frac{1}{EI}\cdot l^2\cdot l = \frac{1}{EI}\cdot\frac{4}{3}l^3$$

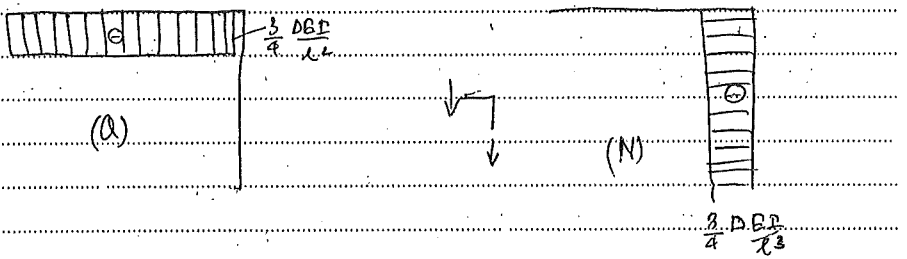
$$\Delta_{1S} = -\sum \bar{R}_{jk}\cdot z_j = -(-1\cdot\Delta) = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{EI}\cdot\frac{4}{3}l^3\cdot X_1 + \Delta = 0$$

$$\Leftrightarrow X_1 = -\frac{3}{4}\cdot\frac{\Delta EI}{l^2}$$

Khi đó tính: $M = (\bar{N}_1)\cdot X_1$

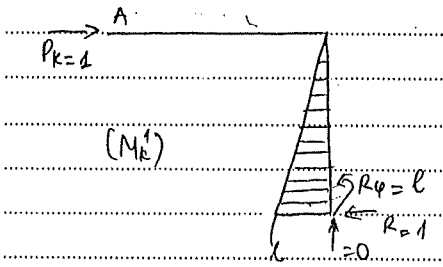
Từ biểu đồ (N) → B.đ (Q)



Chuyển vị ngang tại K:

$$\Delta_{Kp} = -\sum_j \bar{R}_{jk}\cdot z_j$$

Tài liệu chỉ có tại 5Đ group nhóm



Khi đó: $\Delta x = (\bar{M}_K^1) \cdot (\bar{M}) = -\frac{1}{2} \ell \ell \cdot \frac{3}{4} \frac{D \cdot EI}{\ell^2} \frac{1}{EI} = -\frac{3}{8} D$

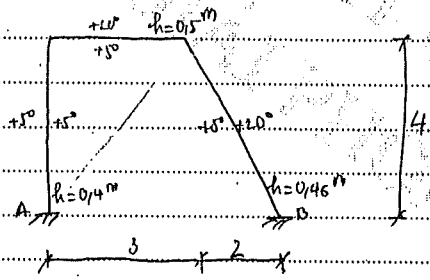
$\Rightarrow$ Chuyển vị ngang tại A là: $\frac{3}{8} D$ chuyển vị sang trái

6.34/

Vẽ các biểu đồ nội lực trong khung chịu sự thay đổi t°

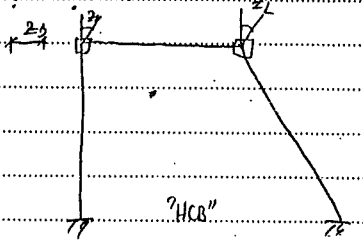
$EI = \text{const} = 2660\ kN\,m^2$

$\alpha = 10^{-5}$



Số ẩn số: $n = n_1 + n_2 = 2 + 1 = 3$

Chọn hệ cơ bản:

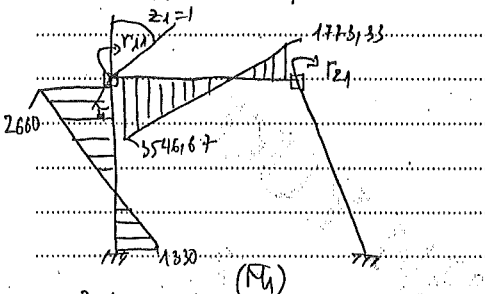


Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

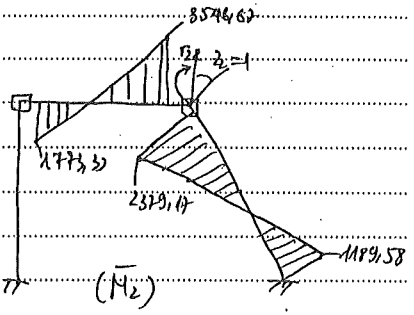
Hệ pt cb chính tắc:

$$\begin{cases} r_{11}\cdot z_1 + r_{12}\cdot z_2 + r_{13}\cdot z_3 + R_{1t} = 0 \\ r_{21}\cdot z_1 + r_{22}\cdot z_2 + r_{23}\cdot z_3 + R_{2t} = 0 \\ r_{31}\cdot z_1 + r_{32}\cdot z_2 + r_{33}\cdot z_3 + R_{3t} = 0 \end{cases}$$

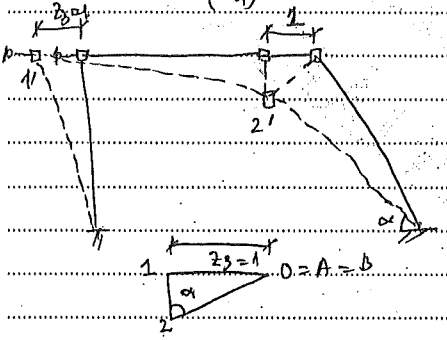
Xác định các hệ số:



$(\bar{N}_1)$



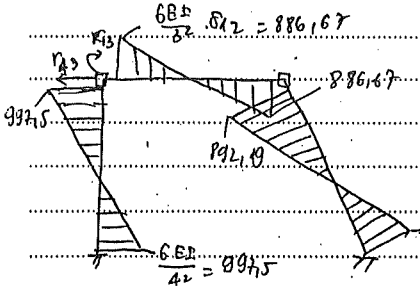
$(\bar{N}_2)$



$$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

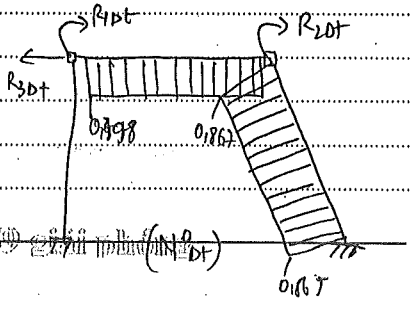
$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \delta_{2B} = \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



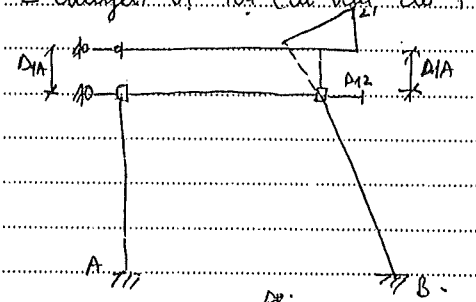
$(\bar{N}_3)$

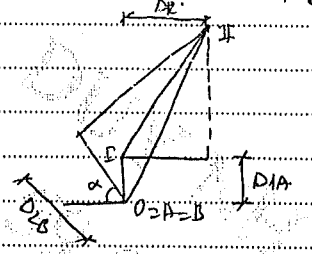
$$\delta_{12} = \delta_{2B}\cdot\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$



$(\bar{N}_{Dt})$

- Chuyển vị tại các nút do t° gây ra





Tổng: $\Delta_{ik} = \alpha . t^c . s . l_{ik}$

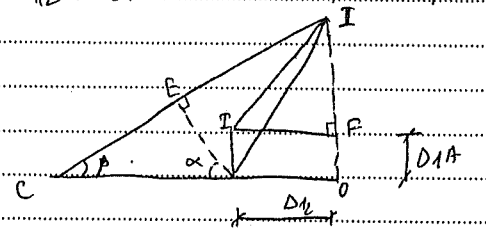
+ $\Delta_{1A} = 10^{-5} . 5 . 4 = 2.10^{-4}$

+ $\Delta_{12} = 10^{-5} . 12,5 . 3 = 3,75 . 10^{-4}$

+ $\Delta_{2B} = 10^{-5} . 12,5 . \sqrt{20} = 5,59 . 10^{-4}$

- $\delta_{1A} = 0$

- $\delta_{12} = \overline{OI} = \overline{OF} = \overline{DI} - \Delta_{1A}$



$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow \alpha = 63,43° \Rightarrow \beta = 26,57°$

$\cos\alpha = \frac{OB}{OC} = \frac{D_{2B}}{\alpha} \Rightarrow OC = \frac{D_{2B}}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow OC = \frac{5,59 \cdot 10^{-4}}{1/\sqrt{5}} = 1,25 . 10^{-3}$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

+ $\delta_{12} = \overline{OII} - D_{1P}$

$\Rightarrow \delta_{12} = \tan\beta\,(CD + D_{12}) - D_{1P}$

$= \tan 26,57^0\,(1,25.10^{-3} + 3,75.10^{-4}) = a.10^{-4}$

$\Rightarrow \delta_{12} = 6,125.10^{-4}$

+ $\delta_{2B} = \overline{IIB} = \overline{IIC} = \overline{EC}$

$\overline{IO} = \dfrac{CD}{\cos\beta} = \dfrac{CD + D_{12}}{\cos 26,57^0} = \dfrac{1,25.10^{-3} + 3,75.10^{-4}}{\cos 26,57^0}$

$= 1,82.10^{-3}$

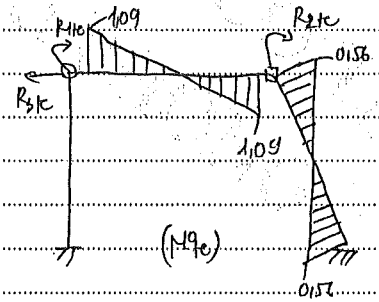
$\overline{EC} = CO\cos\beta = 1,25.10^{-3}.\cos 26,57^0 = 1,12.10^{-3}$

$\Rightarrow \delta_{2B} = 7.10^{-4}$

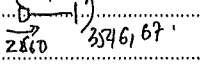
$N_{12} = \dfrac{6EI_{12}}{l_{12}^2}\,\delta_{12} = \dfrac{6.2260}{8^2}.6,125.10^{-3} = 1,09$

$N_{2B} = \dfrac{6.EI}{l_{2B}^2}\,\delta_{2B} = \dfrac{6.2260}{(\sqrt{20})^2}.7.10^{-4} = 0,56$

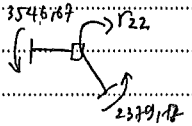
Biểu đồ: (N^0 tc)



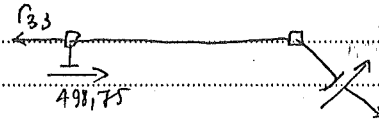
+ Xét tính cân bằng:



$\Rightarrow r_{11} = 6206,67$



$\Rightarrow r_{22} = 5925,84$

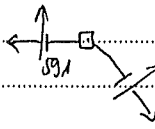


$\Sigma X = 0$

$\Leftrightarrow 498,75 - r_{33} + Nx.\cos\alpha + 399.\sin\alpha$

(1)

Tài liệu chỉ có giá trị tham khảo

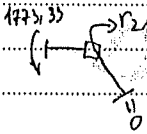


$\sum Y = 0 \Leftrightarrow 591 - N_x \sin\alpha + 399 \cdot \cos\alpha = 0$

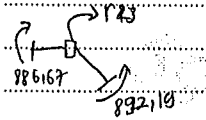
$\Rightarrow N_x = \dfrac{591 + 399 \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{591 + 399\,(1/\sqrt{5})}{2/\sqrt{5}}$

~~(1) $\Rightarrow r_{3,3} = 498{,}75 + 8 = 80\,0{,}126$~~

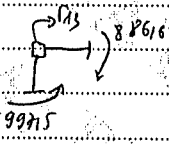
(1) $\Rightarrow r_{3,3} = 498{,}75 + 860{,}126 \dfrac{1}{\sqrt{5}} + 399 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{5}} = 1240{,}35$



$\Rightarrow r_{21} = r_{12} = 1773{,}33$



$r_{23} = r_{32} = 5{,}52$



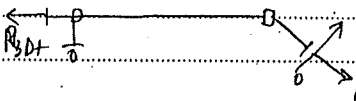
$r_{3,1} = r_{13} = 110{,}83$

$\textcircled{*}\ R_{1t} = R_{1Dt} + R_{1tc} \Rightarrow R_{1Dt} = 0{,}798 - 1{,}09 = -0{,}292$

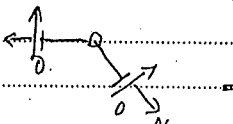
$R_{2t} = R_{2Dt} + R_{1tc}$

$= -0{,}798 + 0{,}868 = 10^{-6}\,1{,}09 - 0{,}158 = -1{,}581$

$R_{3,1} = R_{3Dt} + R_{3tc}$

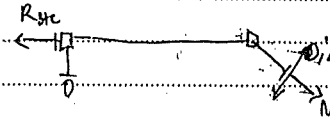


$R_{3Dt} = N_x \cdot \cos\alpha$



$\Rightarrow N_x = 0$

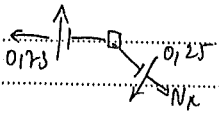
$\Rightarrow R_{3Dt} = 0$



$\sum X = 0$

$\Rightarrow R_{3tc} = N_x \cos\alpha = 0{,}25 \cdot \sin\alpha$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng



$\Sigma Y = 0$

$\Leftrightarrow N_K = \dfrac{0,173 - 0,125 \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\Leftrightarrow N_K = 0,169$

$\Rightarrow R_{3te} = 0,08 \dfrac{1}{\sqrt{5}} - 0,125 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{5}} = 0,108$

$\Rightarrow R_{3t} = 0,108$

Thay vào hệ trên

$$\begin{cases} 6206,67\, z_1 + 1773,33\, z_2 + 110,83\, z_3 - 0,192 = 0 \\ 1773,3371 + 592,5184 \cdot z_2 + 5,52 \cdot z_3 - 1,581 = 0 \\ 110,83\, z_1 + 5,52\, z_2 + 1240,35\, z_3 + 0,108 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3,06 \cdot 10^{-5} \\ z_2 = 2,76 \cdot 10^{-4} \\ z_3 = -6,29 \cdot 10^{-5} \end{cases}$$

④ Vẽ bđ: $N = (\bar{N}_1)\, z_1 + (\bar{N}_2) \cdot z_2 + N_{Dt}^{0} + N_{te}^{0} + (\bar{R}_3)\, z_3$

$N_A = -133033,06 \cdot 10^{-5} - 997,5 \cdot 269 \cdot 10^{-5}$

$= -0,1$

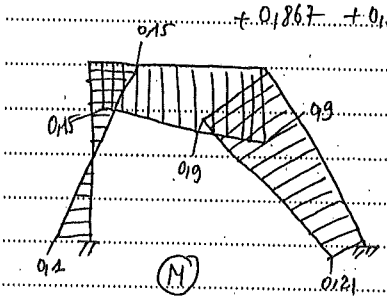
$N_1 = 2660 \cdot 3,06 \cdot 10^{-5} + 8975 \cdot 6,29 \cdot 10^{-5} = 0,15$

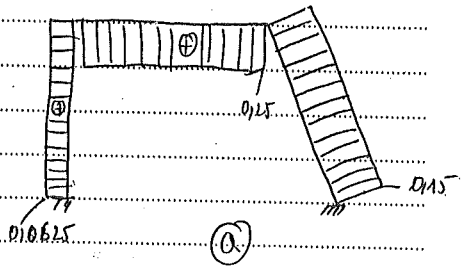
$N_2 = 1773,33 \cdot 3,06 \cdot 10^{-5} + 3546,67 \cdot 4,76 \cdot 10^{-4}$

$- 886,67 \cdot 6,29 \cdot 10^{-5} + 0,1798 + 1,09 = 0,9$

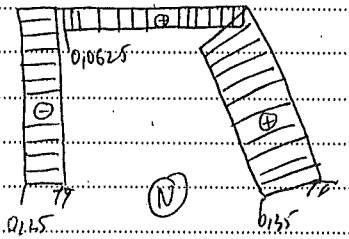
$N_B = -1189,58 \cdot 2,76 \cdot 10^{-4} + 892 - 1946892,19 \cdot 6,29 \cdot 10^{-5}$

$+ 0,1867 + 0,156 = 0,212$

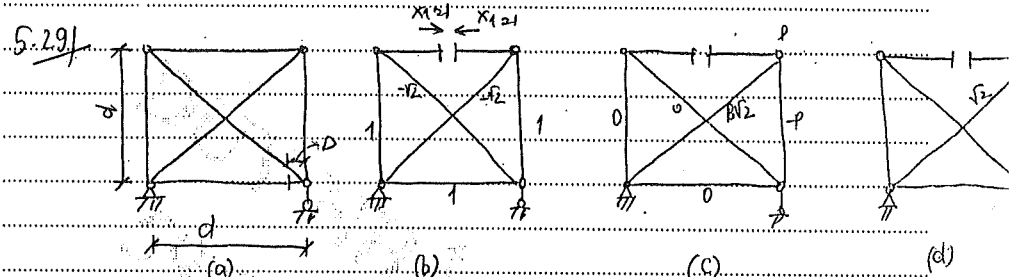




Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng



5.29/



- Xét bậc siêu tĩnh: Hệ có bậc siêu tĩnh = 1 = 6 + 3 − 2·4
- Chọn hệ cb: Cắt thanh 1-2 (k° loại bỏ), thay thế tđ bằng cặp lực X1 như trên hình vẽ
- Thiết lập và giải ptr chính tắc

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} + \Delta_{1t} + \Delta_{1D} = 0$$

+ Các hệ số và số hạng tự do của ptr chính tắc được xác định theo công thức sau:

$$\delta_{11} = \sum_i \frac{\bar{N}_{i1} \cdot \bar{N}_{i1}}{(EA)_i} \cdot l_i, \qquad \Delta_{1P} = \sum_i \frac{\bar{N}_{i1} \cdot N^0_{iP}}{(EA)_i} \cdot l_i$$

$$\Delta_{1t} = \sum_i \alpha_{ti} \cdot l_i \cdot \bar{N}_{i1} \qquad \Delta_{1D} = \sum_i \bar{N}_{i1} \cdot D_i$$

- Trong đó:

$\bar{N}_{i1}$ - lực dọc trong thanh thứ i do $X_1 = 1$ gây ra (:) hệ cb (h.

N^0_{iP} - " " " " " " " tải trọng gây ra (:) hệ Đt (hình c)

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

D_j = độ dời của thanh thứ j, trong bài toán này

$D_{AB} = -\Delta = Pd/EA$

t_i: biến thiên t° của thanh thứ i trong bài toán này

$b_{12} = t = P(\alpha \cdot EA)$.

Thanh	I_i	EA_i	$\bar{N}_{ik}$	N_{iP}	$\frac{\bar{N}_{ik} \cdot l_i}{EA_i}$	$\frac{\bar{N}_{ik} N_{iP} l_i}{EA_i}$	$\bar{N}_j$	$\bar{N}_{ik}$	$\frac{\bar{N}_{jk} \cdot N_i \cdot l_i}{EA_i}$
a-1	d	EA	1	0	d/EA	0	0,1375	0	0
1-2	d	EA	1	0	d/EA	0	0,1375	0	0
2-b	d	EA	1	-P	d/EA	$-Pd/EA$	-0,1625	-1	$-0,625\ Pd/EA$
a-b	d	EA	1	0	d/EA	0	0,1375	0	0
b-1	$\sqrt{2}d$	$\sqrt{2}EA$	$-\sqrt{2}$	0	$2d/EA$	0	-0,1375	0	0
a-2	$\sqrt{2}d$	$\sqrt{2}EA$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}P$	$2d/EA$	$-2Pd/EA$	0,1875	$\sqrt{2}$	$1,25\ Pd/EA$
Σ					$8d/EA$	$-3Pd/EA$			$0,625\ Pd/EA$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

Kết quả tính được ghi trên bảng cột (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7).

Tacó: $\delta_{11} = Pd/EA$

$\Delta_{1P} = -3Pd/EA$

$\Delta_{1t} = \alpha t_{12} l_{12} \bar{N}_{12} = \alpha \frac{P}{\alpha EA} d \cdot 1 = \frac{Pd}{EA}$

$\Delta_{1D} = 1 \cdot (-\Delta) = \frac{-Pd}{EA}$

Khi đó: $\frac{Pd}{EA} X_1 = \frac{3Pd}{EA} + \frac{Pd}{EA} - \frac{Pd}{EA} = 0$

$X_1 = \frac{3}{8} P = 0,375\ P$

- Xđ lực dọc trong các thanh

Lực dọc trong thanh thứ i của dàn siêu tĩnh tính được theo biểu thức: $N_i = \bar{N}_{ik} \cdot X_1$.

Kết quả ở cột thứ (8) của bảng

Tài liệu chỉ có tại Sv giải phóng

- Xét chuyển vị ngang tại mắt 2:

Trạng thái phụ đặt "1k" như hình d)

Lực dọc từng thg ghi trong cột (9) của bảng.

Áp dụng cthức tính CVC cho t/h này, ta có:

$$\Delta_{KM} = \sum_i \frac{\overline{N_{ip}} \cdot N_i}{(EA)_i} \cdot l_i + \sum_i \alpha_i \overline{N_{ik}} \cdot l_i + \sum_i \overline{M_{ik}} \cdot \Delta_i$$

$$= 0{,}1625\, Pd/EA + 0 + 0 = 0{,}1625\, Pd/EA$$

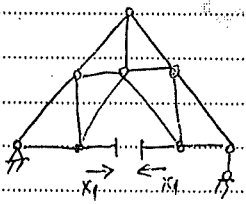
5.30/

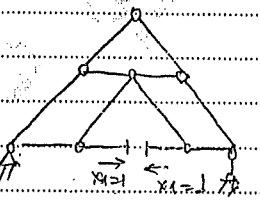
- Tìm bậc siêu tĩnh

$n = R + C - 2N = 1$

$(R = 14,\ C = 3,\ N = 8)$

- Chọn hệ cơ bản như hình vẽ

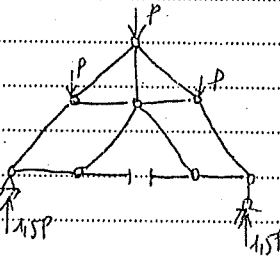




- Hệ pt chính tắc:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\begin{cases} \delta_{KM} = \dfrac{1}{EA} \cdot \sum_i \overline{N_{ik}} \cdot \overline{M_m} \cdot l_i \\ \Delta_{KM} = \dfrac{1}{EA} \cdot \sum_i \overline{N_{ik}} \cdot N_{ip} \cdot l_i \end{cases}$$



Tài liệu chỉ có tại 39 giải phóng

Tại $\delta_{11} = \frac{1}{EA}\sum_i \overline{N}_{i1}\,\overline{N}_{i1}\,l_i = \frac{1}{EA}[l.2 + 2\sqrt{2}.l.2 + 2\sqrt{2}.l.2 + l.2 + 4.l$

$= \frac{8l + 8\sqrt{2}l}{EA}$

$\Delta_{1P} = \frac{1}{EA}\sum_i \overline{N}_{i1}\,N^0_{iP}\,l_i = \frac{1}{EA}[(-1,5Pl).2 + (-3\sqrt{2}\,Pl).2$

$+ 6\sqrt{2}.P.l.2 + 4,5.P.l.2 + 8P.l] = \frac{14Pl + 6\sqrt{2}Pl}{EA}$

Thanh	l_i	N^0_{iP}	$\overline{N}_{i1}$	$\overline{N}_{i1}.\overline{N}_{i1}.l_i$	$N_{i1}.N^0_{iP}.l_i$
1-2	$l\sqrt{2}$	$-1,5\sqrt{2}P$	0	0	0
~~1-5~~		~~4,5P~~		0	
1-6	l	$4,5P$	0	0	0
2-6	l	$-1,5P$	1	l	$-1,5Pl$
6-7	$l\sqrt{2}$	$1,5\sqrt{2}P$	$-\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}l$	$-3\sqrt{2}.Pl$
2-3	$l\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}P$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}l$	$6\sqrt{2}.Pl$
2-7	l	$-4,5P$	-1	l	$4,5Pl$
3-7	l	$-4P$	-2	$4l$	$8Pl$

Tacó: $8(l + \sqrt{2}l)\,X_1 = -(14Pl + 6\sqrt{2}Pl)$

$\Rightarrow X_1 = 1,116\,P$

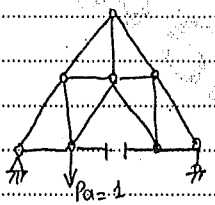
$\Rightarrow N_{ab} = X_1 = -1,16P$

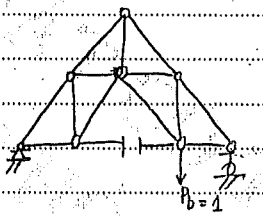
$N_i = \overline{N}_{i1}.X_1 + N^0_{iP}$

Bảng tiếp theo

Tài liệu chỉ có tại Sv giải phóng

Thanh	l_i	N_i	$\overline{N_{ia}}$	$\overline{N_{ib}}$	$\frac{\overline{N_{ia}} \cdot N_i l_i}{EA}$	$\frac{\overline{N_{ib}} \cdot N_i l_i}{EA}$
1-2	$l\sqrt{2}$	$-2,12P$	$-0,75\sqrt{2}$	$-0,75\sqrt{2}$	$3,18 Pl/EA$	$3,18 Pl/EA$
1-6	l	$1,5P$	$0,75$	$0,75$	$1,13 Pl/EA$	$1,13 Pl/EA$
2-6	l	$-2,66P$	$0,25$	$0,25$	$-0,67 Pl/EA$	$-0,67 Pl/EA$
6-7	$l\sqrt{2}$	$3,76P$	$0,75\sqrt{2}$	$0,75\sqrt{2}$	$5,64 Pl/EA$	$5,64 Pl/EA$
2-3	$l\sqrt{2}$	$2,16P$	$-0,5\sqrt{2}$	$-0,5\sqrt{2}$	$-2,16 Pl/EA$	$-2,16 Pl/EA$
2-7	l	$-3,34P$	$-0,25$	$-0,25$	$0,84 Pl/EA$	$0,84 Pl/EA$
3-7	l	$-1,68P$	1	1	$-1,68 Pl/EA$	$-1,68 Pl/EA$
5-4	$l\sqrt{2}$	$-2,12P$	$-0,25\sqrt{2}$	$-0,25\sqrt{2}$	$1,06 Pl/EA$	$1,06 Pl/EA$
5-8	l	$1,5P$	$0,25$	$0,25$	$0,38 Pl/EA$	$0,38 Pl/EA$





4-3	$l\sqrt{2}$	$2,16P$	$-0,5\sqrt{2}$	$-0,5\sqrt{2}$	$-0,5\sqrt{2}$	$-2,16 Pl/EA$	$-2,16 Pl/EA$
4-7	l	$-3,34P$	$0,25$	$0,25$	$0,25$	$-0,84 Pl/EA$	$-0,84 Pl/EA$
8-4	l	$-2,66P$	$-0,25$	$-0,25$	$-0,25$	$0,67 Pl/EA$	$0,67 Pl/EA$
8-7	$l\sqrt{2}$	$3,76P$	$0,25\sqrt{2}$	$0,25\sqrt{2}$	$0,25\sqrt{2}$	$1,88 Pl/EA$	$1,88 Pl/EA$

+) Tại a:

$$\Sigma \Delta_{KM} = \sum_i \frac{\overline{N_{ia}} \cdot N_i l_i}{(EA)_i} = \frac{Pl}{EA}(3,18 + 1,13 - 0,67 + 5,64 - 2,16 \dots)$$

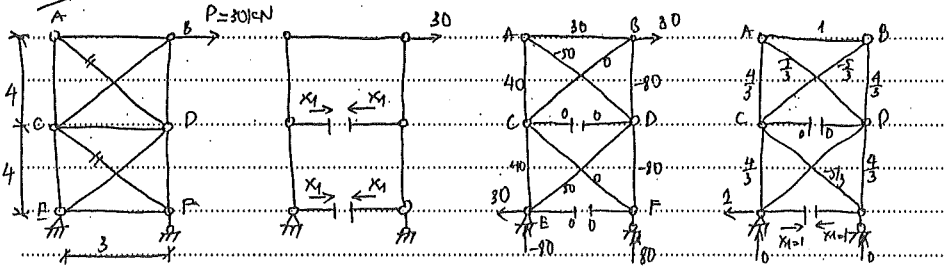
$$= \frac{6,139\, Pl}{EA}$$ (chuyển vị xg dưới)

+Tại b:

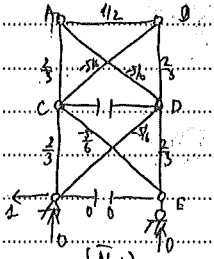
$$\Rightarrow \Delta_{KM} = \Delta_{KM\,a-b} = \frac{6,139\, Pl}{2EA} = \frac{3,195 \cdot Pl}{2EA}$$ (cvi xa nhau)

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

5.32/



(N_P^0) $(\overline{N}_{1i})$



$(\overline{N}_{2i})$

+) Bậc siêu tĩnh : $n = D + C - 2N = 11 + 3 - 2 \cdot 6 = 2$

$\Rightarrow n = 2$

+) Chọn hệ cơ bản như hình vẽ

+) Pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

Trong đó : $\delta_{11} = \sum_i \overline{N}_{i1} \cdot \overline{N}_{i1} \cdot l_i$

$\delta_{21} = \delta_{12} = \sum_i \overline{N}_{i1} \cdot \overline{N}_{i2} \cdot l_i$

$\delta_{22} = \sum_i \overline{N}_{i2} \cdot \overline{N}_{i2} \cdot l_i$

$\Delta_{1P} = \sum_i \overline{N}_{i1} \cdot N_{iP}^0 \cdot l_i$

$\Delta_{2P} = \sum_i \overline{N}_{i2} \cdot N_{iP}^0 \cdot l_i$

Thanh	l_i	$\overline{N}_{i1}$	$\overline{N}_{i2}$	N_{ip}^0	$\overline{N}_{i1}\overline{N}_{i1}l_i$	$\overline{N}_{i1}\overline{N}_{i2}l_i$	$\overline{N}_{i2}\overline{N}_{i2}l_i$	$\overline{N}_{i1}N_{ip}^0 l_i$	$\overline{N}_{i2}N_{ip}^0 l_i$
E-C	4	4/3	2/3	40	7,11	1,778	3,158	213,3	106,67
C-A	4	4/3	2/3	40	7,11	1,778	3,158	213,3	106,67
A-B	3	1	1/2	30	3	0,75	1,5	90	45
B-D	4	4/3	2/3	-80	7,11	1,778	3,158	-426,67	-213,33
D-F	4	4/3	2/3	-80	7,11	1,778	3,158	-426,67	-213,33
A-D	5	-5/3	-5/6	-50	13,9	3,47	6,94	416,67	208,33
C-B	5	-5/3	-5/6	0	13,9	3,47	6,94	0	0
C-F	5	-5/3	-5/6	0	13,9	3,47	6,94	0	0
E-D	5	-5/3	-5/6	50	13,9	3,47	6,94	-416,67	-208,33
Σ					87	21,75	43,5	-336,74	-168,32

$\delta_{11} = 87$ $\quad \delta_{22} = 21,75$

$\delta_{12} = \delta_{21} = 43,5$ $\quad \Delta_{1p} = -336,74$ / $\Delta_{2p} = -168,32$

Thay vào hệ chính tắc ta có:

$$\begin{cases} 87x_1 + 43,5x_2 = 336,74 \\ 43,5x_1 + 21,75x_2 = 168,32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2,1 \\ x_2 = 3,2 \end{cases}$$

$N_{AB} = \overline{N}_{AB_1} \cdot x_1 + \overline{N}_{AB_2} \cdot x_2 + N_{AB}^0$

$= x_1 + \frac{x_2}{2} + 3,0$

$= 2,1 + \frac{3,2}{2} + 3,0 = 33,7$ (KN)

$N_{CD} = \overline{N}_{CD_1} \cdot x_1 + \overline{N}_{CD_2} \cdot x_2 + N_{CD}^0$

$= -\frac{5}{3} x_1 - \frac{5}{6} x_2 + 0$

$= -\frac{5}{3} \cdot 2,1 + \left(-\frac{5}{6} \cdot 3,2\right) + 0 = -6,16$ (KN)

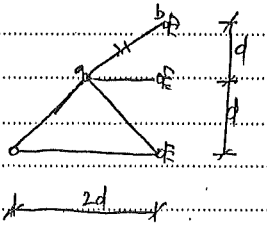
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

5.33/

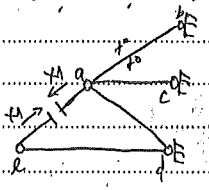
*) Bậc siêu tĩnh:

$n = D + C - 2M = 1$

$(D=5;\ C=6;\ M=5)$



+) Chọn hệ cơ bản

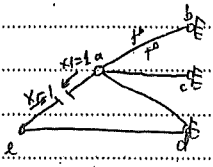


*) Hệ pt chính tắc

$$\delta_{11} x_1 + \Delta_{1t} = 0$$

$$\delta_{11} = \sum \frac{\overline{N}_{ik}^2 \cdot l_i}{(EA)_i}$$

$$\Delta_{1t} = \frac{1}{EA} \sum_i \alpha_{tem} \overline{N}_{ik} l_i = \alpha_t \sum_i \overline{N}_{ik} l_i$$



$\overline{N}_{c-d} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\overline{N}_{d-d} = 1$, $\overline{N}_{a-2} = -2\sqrt{2}$, $\overline{N}_{ab} = 1$

$$+ \delta_{11} = \frac{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 2d + 2 \cdot 1^2 \cdot d\sqrt{2} + (-2\sqrt{2})^2 d + 4^2 d\sqrt{2}}{EA} = \frac{9d + 17d\sqrt{2}}{EA}$$

$$+ \Delta_{1t} = \frac{1}{EA} \alpha_t \cdot \left[4d\sqrt{2} - 2\sqrt{2}d + 1d\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} 2d\right)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}d\,\alpha_t}{EA}$$

Thay vào pt chính tắc ta có

$$\frac{(9+17\sqrt{2})d}{EA} x_1 = \frac{2\sqrt{2}d\alpha t}{EA}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{2\sqrt{2}\alpha t}{9+17\sqrt{2}} = -0,0886\alpha t$$

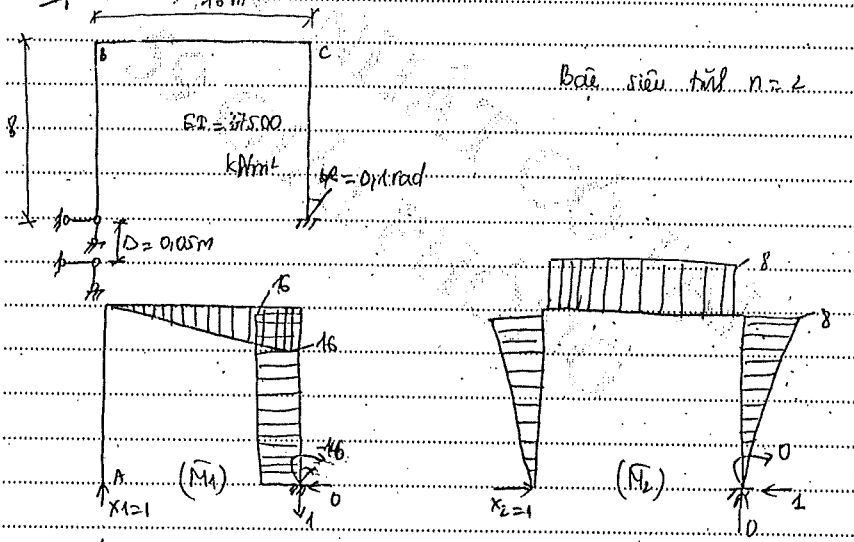
$$\Rightarrow N_{a-b} = \overline{N}_{ab} x_1$$

$$= 4(-0,0886\alpha t)$$

$$= -0,3544\alpha t$$

Kết luận: Lực dọc trong thanh a-b là $-0,3544\alpha t$.

5.24/



pt chính tắc: $\begin{cases} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$

$$\delta_{11} = (\overline{N}_1)(\overline{N}_1) = \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 16\cdot 16\cdot\frac{2}{3}\cdot 16 + 16\cdot 8\cdot 16\cdot\frac{1}{EI} = 9,104\cdot 10^{-5}$$

$$\delta_{12} = (\overline{N}_1)(\overline{N}_2) = \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 16\cdot 16\cdot 8 + \frac{1}{EI}\cdot 16\cdot 8\cdot\frac{1}{2}\cdot 8 = 4,096\cdot 10^{-5}$$

$$\delta_{22} = (\overline{N}_2)(\overline{N}_2) = \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8\cdot\frac{2}{3}\cdot 8 + \frac{1}{EI}\cdot 8\cdot 16\cdot 8 + \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8\cdot\frac{2}{3}\cdot 8$$

$$= 3644\cdot 10^{-5}$$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

$D_{1P} = -(-1.0 - 16\ \varphi) = 1,65$

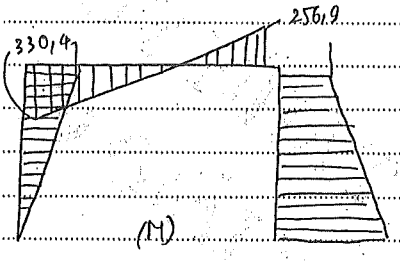
$D_{2P} = -0 = 0$

Khi đó:

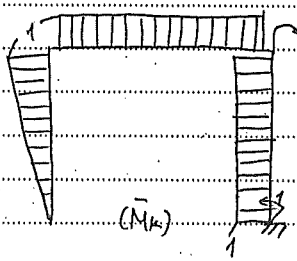
$$\begin{cases} 9,102 \cdot X_1 \cdot 10^{-5} + 4,096 \cdot 10^{-5} X_2 + 1,65 = 0 \\ 4,096 \cdot 10^{-5} X_1 + 3,6411 \cdot 10^{-5} X_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -36,171 \ (kN) \\ X_2 = 41,3 \ (kN) \end{cases}$$

$M = (\bar{N}_1) \cdot X_1 + (\bar{N}_2) X_2$



- Xđ góc xoay tại nút C



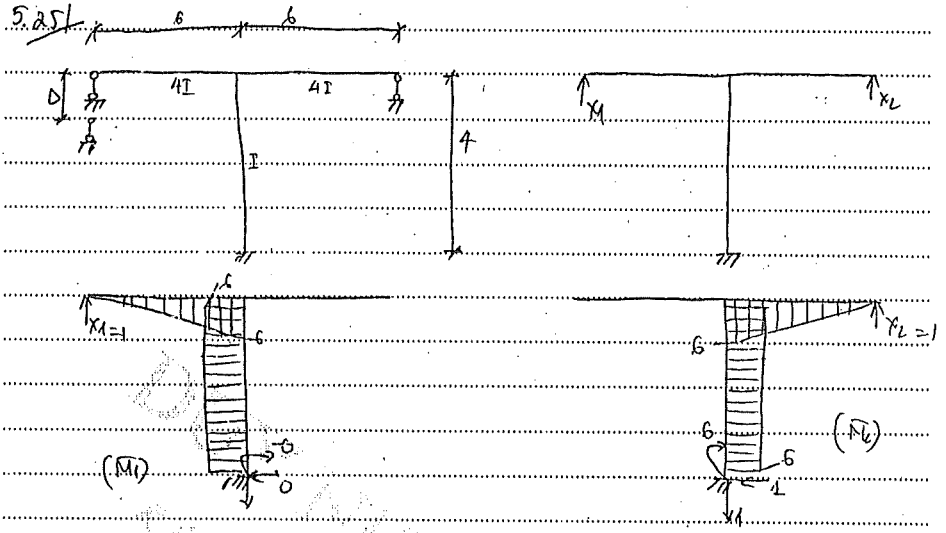
$$\varphi_C = -\frac{1 \cdot 8 \cdot 587,14 \cdot + 256,9}{2 \cdot 37500} - 1_\phi 0,1 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{330,9}{37500} + \frac{1.8}{2 \cdot 37500} \frac{(256,9 - 330}{}$$

$$= -0,22 \ (rad)$$

$\Rightarrow$ Góc xoay tại nút C = 0,22 rad (ngc chiều kim đồng hồ)

Tài liệu chỉ có tại sv giải phóng

5.25/



PT chính tắc: $\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + D_{1P} = 0 \\ \delta_{12} X_1 + \delta_{22} X_2 + D_{2P} = 0 \end{cases}$

$\delta_{11} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_1) = \frac{1}{4EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{EI} = \frac{162}{EI}$

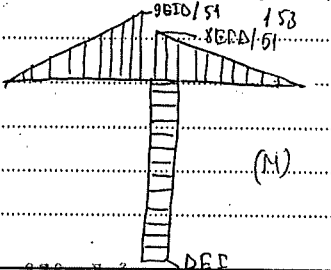
$\delta_{12} = (\bar{N}_1)(\bar{N}_2) = \frac{-1}{EI} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 = \frac{-144}{EI}$

$\delta_{22} = (\bar{N}_2)(\bar{N}_2) = \frac{1}{4EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{EI} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 = \frac{162}{EI}$

$D_{1P} = -(-1 \cdot D) = D$

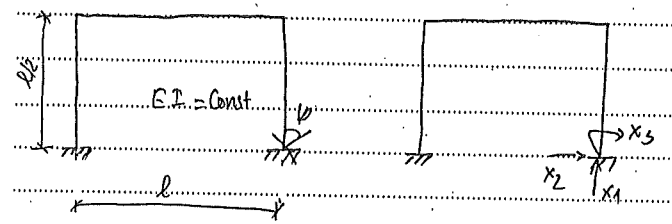
Khi đó: $\begin{cases} \frac{162}{EI} X_1 - \frac{144}{EI} X_2 = -D \\ \frac{-144}{EI} X_1 + \frac{162}{EI} X_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -\frac{1}{34} EI D \\ X_2 = -\frac{4}{153} EI D \end{cases}$

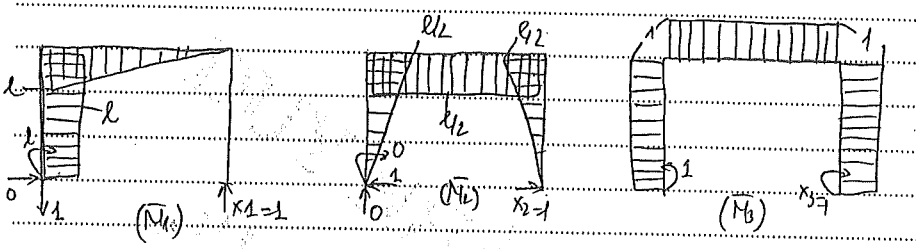
$M = (\bar{N}_1) X_1 + (\bar{N}_2) X_2$



Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

5.27/





pt chính tắc
$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1S} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2S} = 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3S} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_1) = \frac{1}{EI}\, l \cdot \frac{l}{2} \cdot l + \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \frac{1}{EI} = \frac{5}{6EI} l^3$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_2) = \frac{1}{EI}\, l \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{EI} \cdot \frac{l}{2} \cdot l \cdot \frac{1}{2} l = \frac{3}{8EI} l^3$$

$$\delta_{22} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_2) = 2 \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{EI} \cdot \frac{l}{2} \cdot l \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{3EI} l^3$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = (\bar{M}_2)(\bar{M}_3) = \frac{-1}{EI} \cdot 1 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot l \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2}$$
$$= \frac{-3}{4EI} l^2$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{EI} \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{l}{2} \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot l \cdot 1 = \frac{2}{EI} \cdot l$$

$\Delta_{1S} = 0$

$\Delta_{2S} = 0$

$\Delta_{3S} = -\varphi$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = (\bar{M}_1)(\bar{M}_3) = \frac{-1}{EI} \cdot l \cdot \frac{l}{2} \cdot 1 - \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} l \cdot l \cdot 1$$
$$= \frac{-l^2}{EI}$$

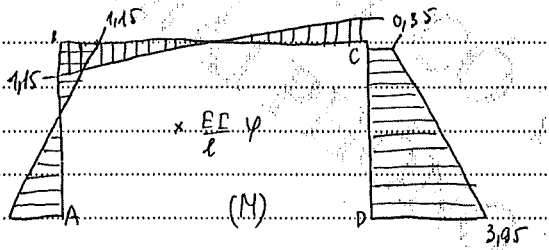
Tài liệu chỉ có tại SV giải phóng

Khi đó:

$$\begin{cases} \frac{5}{6EI} l^3 X_1 + \frac{3}{8EI} l^3 X_2 - \frac{l^2}{EI} X_3 = 0 \\ \frac{3}{8} \frac{l^3}{EI} X_1 + \frac{1}{3EI} l^3 X_2 - \frac{3}{4EI} l^2 X_3 = 0 \\ -\frac{l^2}{EI} X_1 + \frac{3}{4EI} l^2 X_2 + \frac{2}{EI} l X_3 = \varphi = 0 \end{cases}$$

$$(\Leftrightarrow) \begin{cases} \frac{5}{6} l X_1 + \frac{3}{8} l X_2 - X_3 = 0 \\ \frac{3}{8} l X_1 + \frac{1}{3} l X_2 - \frac{3}{4} X_3 = 0 \\ -l X_1 - \frac{3}{4} l X_2 + 2 X_3 = \varphi EI \end{cases} \quad (\rightarrow) \begin{cases} X_1 = \frac{3}{2} \frac{\varphi EI}{l} \\ X_2 = \frac{36}{5} \frac{\varphi EI}{l} \\ X_3 = \frac{79}{20} \varphi EI \end{cases}$$

Khi đó: $M = (\overline{M_1}) X_1 + (\overline{M_2}) \cdot X_2 + (\overline{M_3}) \cdot X_3$

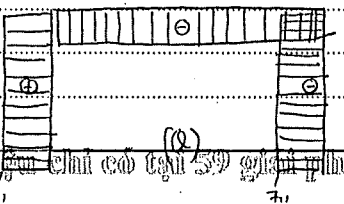


- Biểu đồ Q:

$$Q_{AC} = \frac{1,15 - (-2,45)}{l/2} \cdot \frac{EI\varphi}{l} = 7,2 \frac{EI}{l^2} \varphi$$

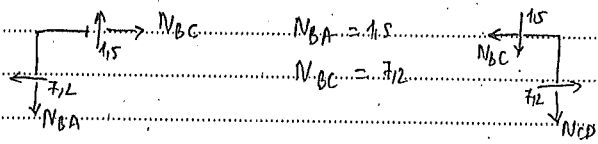
$$Q_{BC} = \frac{-0,35 - 1,15}{l} \cdot \frac{EI\varphi}{l} = -1,5 \frac{EI\varphi}{l^2}$$

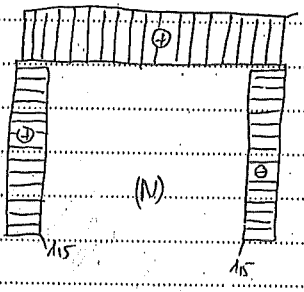
$$Q_{CD} = \frac{-3,95 - (-0,35)}{l/2} \cdot \frac{EI\varphi}{l} = -7,2 \frac{EI}{l^2} \varphi$$



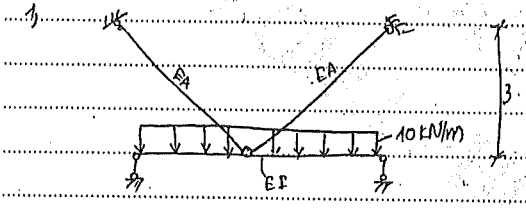
Tài liệu chỉ có tại 39 giải thông

Biểu đồ N:



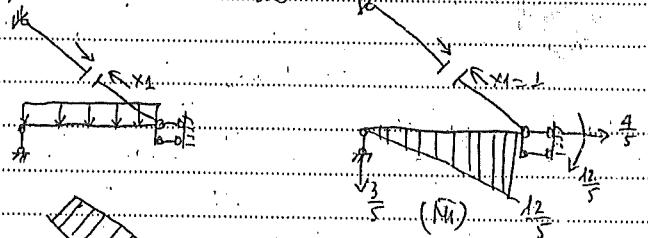


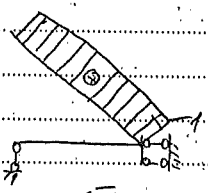
5.37/

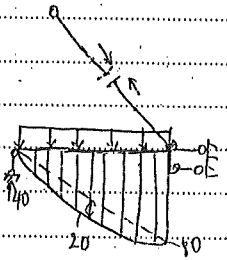


$BA = \frac{EI}{\ell^2} = \frac{EI}{16}$

Hệ có 1 bậc siêu tĩnh:







Tài liệu chỉ có tại Sv giải phóng

pt chính tắc: $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$

$\delta_{11} = \overline{N_1}\,\overline{N_1} + \overline{N_1}\cdot\overline{N_1}$

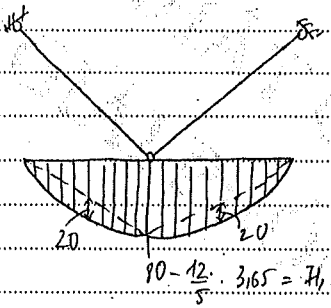
$= \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{5}\cdot 4\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{12}{5}\right) + \frac{1,5\cdot 1}{GF/10}$

$= \frac{1}{EI}\cdot\frac{192}{25} + \frac{80}{EI} = \frac{87,68}{EI}$

$\Delta_{1P} = \overline{N_1}\cdot N_P^0 = \frac{1}{EI}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 80\cdot 4\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{12}{5}\right) + \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{3}\left(20\cdot 4\cdot\frac{12}{5}\right)$

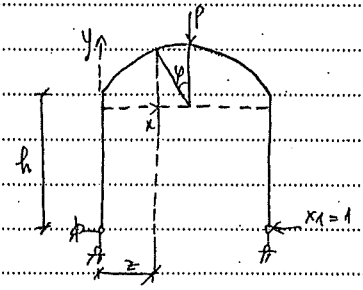
$= \frac{320}{EI}$

$\Rightarrow X_1 = -3,65$



5.41) - HỆ có 1 bậc siêu tĩnh.

- Chọn hệ cơ bản



Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

Ptr chính tắc:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{N}_1^2 \cdot ds}{EI} + \sum \int \frac{N_1^2 \cdot ds}{EA}$$

$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\overline{N}_1 \cdot N_P^0 \cdot ds}{EI} + \sum \int \frac{\overline{N}_1 \cdot N_{bp}^0 \cdot ds}{EA}$$

Nội lực do $X_1 = 1$ gây ra (:) lực có bán

$\overline{M}_1 = -1 \,(y : h) = -h - r\cos\varphi$

$\overline{N}_1 = -1 \cos\varphi$

Nội lực do P gây ra (:) lực cắt

$M_P^0 = \frac{P}{2} z = \frac{P}{2} r(1 - \sin\varphi)$

$N_P^0 = -\frac{P}{2} \sin\varphi$

Thay các biểu thức nội lực và công thức tính δ_{11}, Δ_{1P} và $ds = r\,d\varphi$ ta có:

$$\delta_{11} = 2\int_0^{\pi/2} (h + r\cos\varphi)^2 \cdot \frac{r\,d\varphi}{EI} + 2\int_0^{\pi/2} \cos^2\varphi \cdot \frac{r\,d\varphi}{EA}$$

$$+ 2 \cdot h \cdot h \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h =$$

$$= \frac{\pi r}{2EI}\left(r^2 + \frac{I}{A}\right) + 2h^2 \int_0^{\pi/2} \frac{r\,d\varphi}{EI} + 4h\cos\varphi \cdot r \int_0^{\pi/2} d\varphi$$

$$= + \frac{2}{3} h^3$$

$$\Delta_{1P} = -2\int_0^{\pi/2} r\cos\varphi \cdot \frac{Pr}{2}(1 - \sin\varphi) \cdot \frac{r\,d\varphi}{EI} + 2\int_0^{\pi/2} \cos\varphi \cdot \frac{P}{2} \cdot \sin\varphi \cdot \frac{r\,d\varphi}{EA}$$

$$= \frac{Pr}{2EI}\left(r^2 - \frac{I}{A}\right)$$

Do bỏ qua biến dạng trượt và biến dạng dọc trục

$$\Rightarrow \delta_{11} = \frac{\pi r^3}{2EI} + \frac{2h^2}{2} \cdot \frac{(2r)^2}{EI} + \frac{4hr^2}{EF}$$

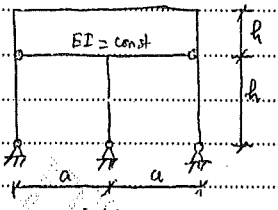
$$\Delta_{2P} = \frac{-Pr^3}{2EI}$$

Tài liệu chỉ có tại SV chính phông

$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{PR^3}{\pi R^3 + 8h^2 r + 8hr^2}$

Tacd: $H = X_1 = \frac{PR^3}{\pi R^3 + 8h^2 r + 8hr^2}$ (chuyển hướng sang trái)

5.60/



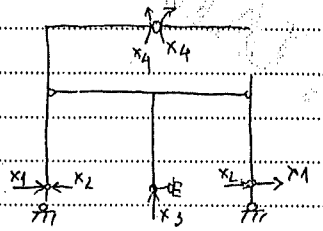
- bậc siêu tĩnh: $n = 3V - K$

$(V = 3, K = 5)$

$\Rightarrow n = 3.3 - 5 = 4$.

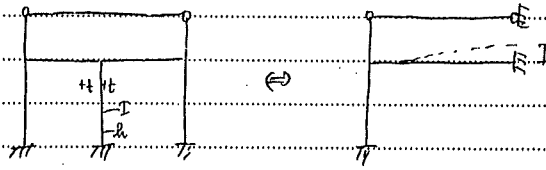
Để thay thế đã cho đơn giản

$\Rightarrow$ Ta chọn 4 ẩn tại các vị trí đối xứng nhau

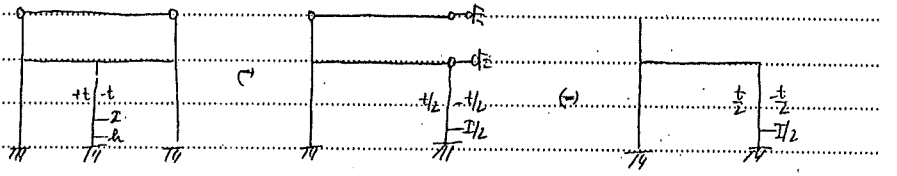


5.49/

a)

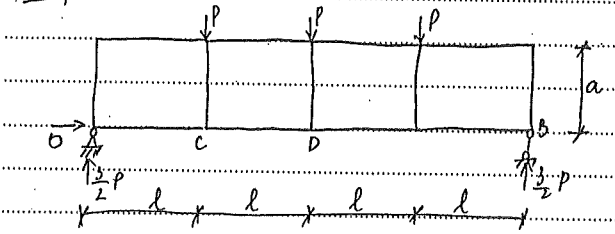


b)



Tài liệu chỉ có tại 5$ giải phóng

5.50/

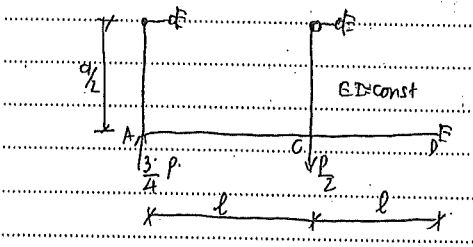


$V_B \cdot 4l = P \cdot l + P \cdot 2l + P \cdot 3l \Leftrightarrow V_B = \frac{3}{2} P$

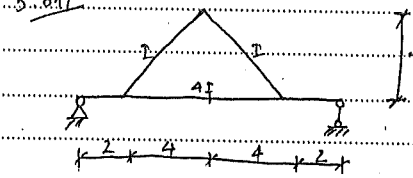
$V_A = V_B = \frac{3}{2} P$

Tách + hệ chịu lực ở x theo phương đứng và phương ngang thì khi đó hệ chỉ 3 lực dọc 6 thanh đứng.

+ Khi hệ chịu lực ở x theo phương đứng và pa pe xứng theo phương ngang khi đó ta có sơ đồ tính toán đơn giản sau



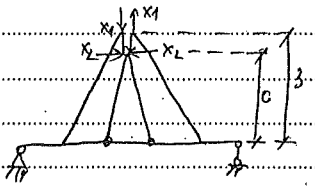
5.61/

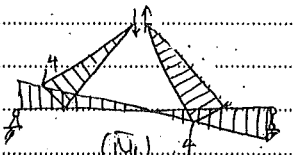


Bậc siêu tĩnh: $n = 3V - k = 3 \cdot 2 - 3 = 3$

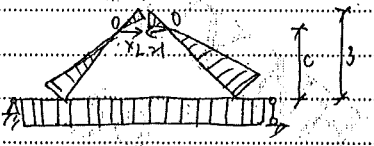
Tài liệu chỉ có tại SV giải phóng

Chọn hệ cơ bản như hình vẽ sau

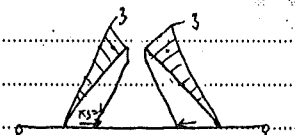




$(\bar{M}_1)$



$(\bar{M}_2)$



$(\bar{M}_3)$

Dễ thấy: $\delta_{12} = \delta_{13} = 0$

Để hệ chịu tải có nội lực số phụ = 0

thì $\delta_{23} = 0$

Mà tại biểu đồ $(\bar{M}_2)$ tâm C của 2 D nằm trên khác

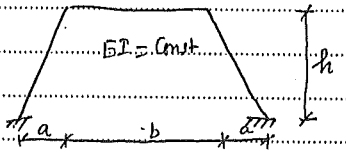
để $\delta_{23} = 0$ thì ở đó giá N = 0 trên biểu đồ $(\bar{N}_3)$

phải nằm tại tâm C của $(\bar{M}_2)$.

$\Rightarrow C = 2$

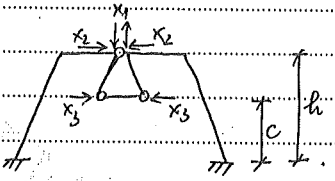
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

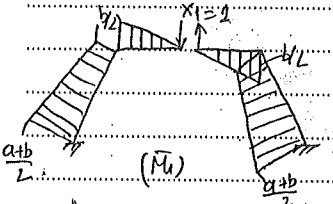
5.6.2/

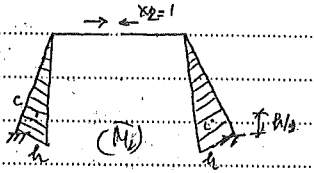


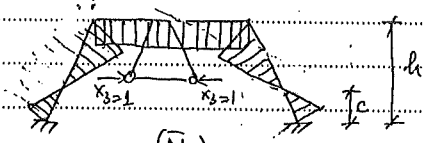
Bậc siêu tĩnh $n = 3$

Chọn hệ cb:









Dễ thấy:

$\delta_{12} = \delta_{13} = 0$

Để hệ chính tác có hệ số phụ = 0

thì $\delta_{23} = 0$

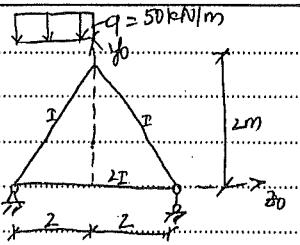
Mà tại bậc ($\bar{M}_2$) tâm C của 2 D nằm như hình vẽ.

Để $\delta_{23} = 0$ thì điều đó có nghĩa $N = 0$ trên bậc ($\bar{M}_3$)

phải nằm tại tâm C của ($\bar{M}_2$)

$\Rightarrow c = \frac{h}{3}$

5.63/



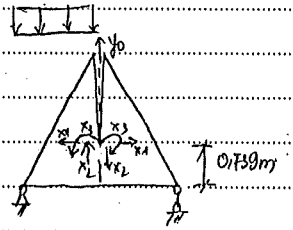
bậc siêu tĩnh $n = 2.3 - 3 = 3$

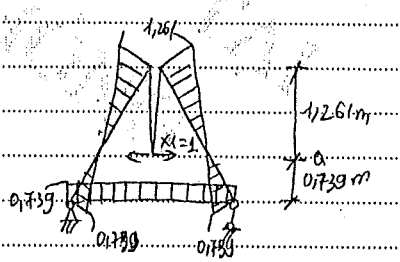
Dễ thấy hình dạng của đàn hồi cũng sẽ nằm trên y_0 $\Rightarrow z_{0C} = 0$

$$y_{0C} = \frac{\sum \int y_0 dv}{\int dv} = \frac{\frac{2}{EI}\int_0^2 \sqrt{2}\, y_0 dy_0}{\frac{2}{EI}\int_0^2 \sqrt{2}\, dy_0 + \frac{2}{2EI}\int_0^2 dz}$$

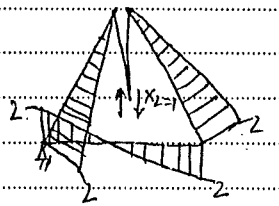
$$= \frac{2,828}{2,828 + 2} = 0,739\ m$$

Chọn hệ cơ bản như hình vẽ

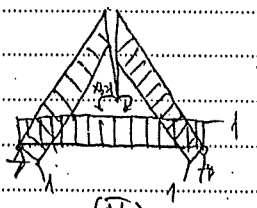




$(\overline{M}_1)$

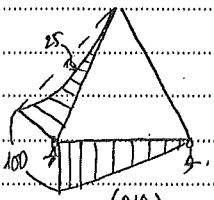


$(\overline{M}_2)$



$(\overline{M}_3)$

Tài liệu chỉ có tại 39 giải phóng



Hệ pt chính tắc

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} = 0 \\ \delta_{33} X_3 + \Delta_{3p} = 0 \end{cases}$$

$\delta_{11} = (\overline{N_1})(\overline{M_1}) = \frac{1}{EI} \cdot 3,366$

$\Delta_{1p} = (\overline{N_1})(\overline{N_p^0}) = \frac{1}{EI} \cdot (-96,527)$

$\delta_{22} = (\overline{N_2})(\overline{N_2}) = \frac{1}{EI} \cdot 10,209$

$\Delta_{2p} = (\overline{N_2}) \cdot (N_p^0) = \frac{1}{EI} \cdot (-208,088)$

$\delta_{33} = (\overline{N_3}) \cdot (\overline{N_3}) = \frac{1}{EI} \cdot 7,657$

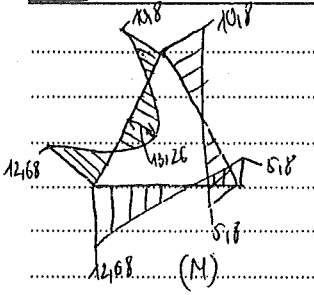
$\Delta_{3p} = (\overline{N_3})(N_p^0) = \frac{1}{EI} (-194,289)$

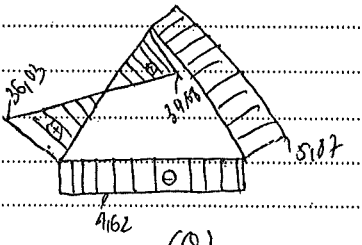
Thay các giá trị vào hệ pt trên có

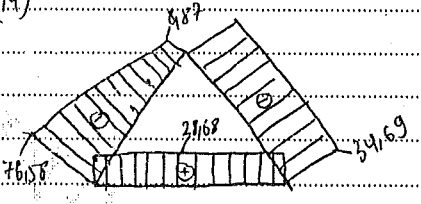
$$\begin{cases} 3,366 X_1 - 96,527 = 0 \\ 10,209 X_2 - 208,088 = 0 \\ 7,657 X_3 - 194,289 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = 28,68 \text{ KN} \\ X_2 = 20,38 \text{ KN} \\ X_3 = 25,37 \text{ KN} \end{cases}$$

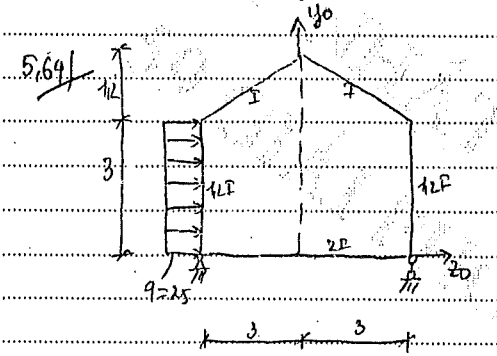
Vẽ biểu đồ M: $N = (\overline{N_1}) X_1 + (\overline{N_2}) X_2 + (\overline{N_3}) X_3 + N_p^0$

Tài liệu chỉ có tại 5D giải pháng









Số bậc siêu tĩnh $n = 3V - k = 3 \cdot 2 - 3 = 3$

Để thuận tiện ta cho đi qua trục y_0.

$\Rightarrow z_{0C} = 0$

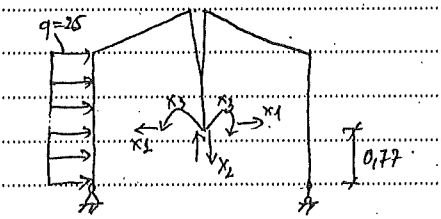
$$\Rightarrow y_{0C} = \frac{\sum \int y_0 \, dy}{\sum \int dy} = \frac{\frac{2}{1,2EI}\int_0^2 y \, dy + \frac{2}{EI}\int_0^{1,2} 3,2y \, dy}{\frac{2}{1,2EI}\int_0^3 dy + \frac{2}{EI}\int_0^{1,2} 3,2 \, dy + \frac{2}{2EI}\int_0^3 dz}$$

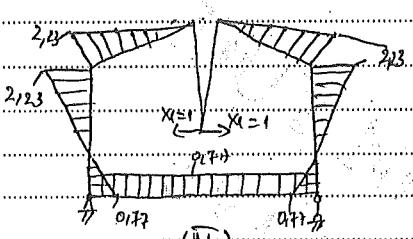
$$= \frac{7,15 + 4,608}{5 + 7,68 + 3} = 0,77 \text{ m}.$$

Vậy tọa độ của C là $C(0; 0,77)$.

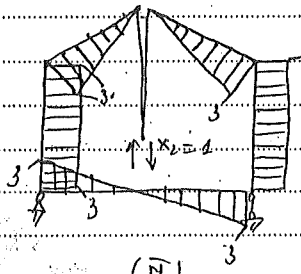
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

Chọn hệ cơ bản như hình vẽ

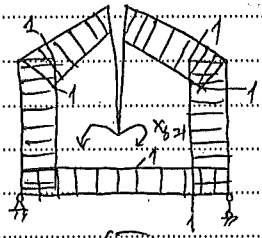




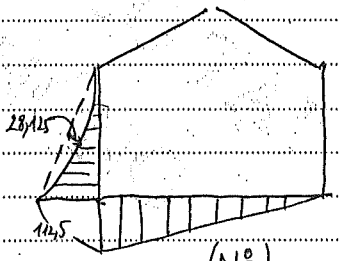
$(\overline{M_1})$



$(\overline{M_2})$



$(\overline{M_3})$



(M_p^0)

Pt chính tắc:
$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} = 0 \\ \delta_{33} X_3 + \Delta_{3p} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{11} = (\overline{M_1})(\overline{M_1}) = \frac{1}{2EI} \cdot 0,177 \cdot 6 \cdot 0,177 + \frac{1}{1,2EI} \cdot 2 \left(2,133^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,133 \cdot \frac{2}{3} \right.$$

$$\left. + 0,177^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,177 \right) + 2 \frac{1}{EI} \cdot 2,125 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,133 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,2$$

$$= \frac{20,164}{EI}$$

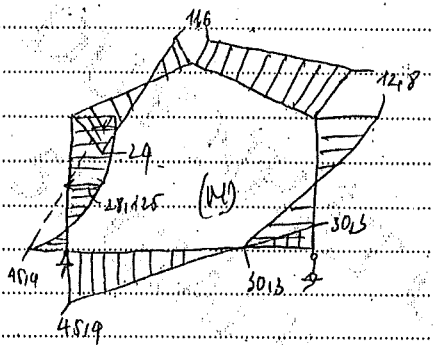
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

$\Delta_{1p} = (\overline{M_1}) M^0_p = \frac{1}{112EI} \left[2 \cdot 4,3^2 \cdot \frac{1}{2} \left(112,5 \cdot \frac{97,9}{8} - 14 \right) + \right.$

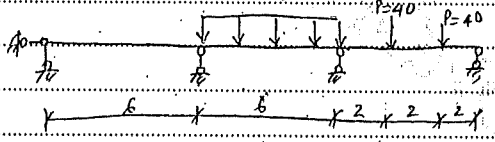
$\left. 0,77^2 \cdot \frac{1}{2} \left(112,5 \cdot \frac{0,26}{3} - 14 \right) \right] = \frac{27,74}{EI}$

Tương tự tìm ra $\begin{cases} \delta_{22} \Delta_{2p} \\ \delta_{33} \Delta_{3p} \end{cases}$

Vẽ biểu đồ M: $M = (\overline{M_1}) X_1 + (\overline{M_2}) X_2 + (\overline{M_3}) X_3$

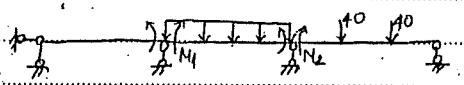


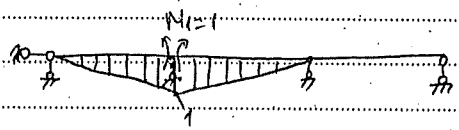
5.7 1/



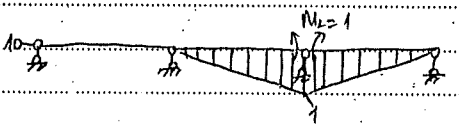
Bậc siêu tĩnh: $n = C - 3 = 5 - 3 = 2$

Chọn hệ cơ bản



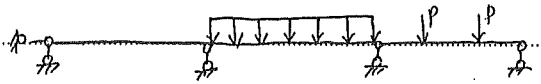


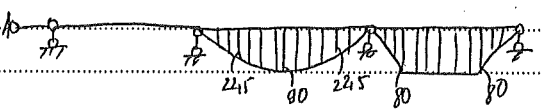
$(\overline{M_1})$



$(\overline{M_2})$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng





Viết 3 pt M cho gối tựa 1 và 2

$\lambda_i M_{i-1} + 2(\lambda_i + \lambda_{i+1}) M_i + \lambda_{i+1} M_{i+1} + 6EI_0(\Delta_{ip} + \Delta_{i2} + \Delta_{i2}) = 0$

Với $\lambda_i = l_i \frac{I_0}{I_i}$ (Chọn $I_0 = I_i$)

$\Rightarrow l_i M_{i-1} + 2(l_i + l_{i+1}) M_i + l_{i+1} M_{i+1} + 6EI_0(\Delta_{ip} + \Delta_{i-2} + \Delta_{i2}) = 0$

Với $i = 1$

$\Rightarrow l_1 M_0 + 2(l_1 + l_2) M_1 + l_2 M_2 + 6EI_0(\Delta_{ip}) = 0$

$\Leftrightarrow l_1 M_0 + 2(l_1 + l_2) M_1 + l_2 M_2 + 6\left[\frac{W_2 a_2}{l_2} + \frac{W_3 b_3}{l_3}\right] = 0$

Với $i = 2$

$l_2 M_1 + 2(l_2 + l_3) M_2 + l_3 M_3 + 6\left[\frac{W_2 a_2}{l_2} + \frac{W_3 b_3}{l_3}\right] = 0$

Xét các đại lượng:

$M_0 = 0$; $M_3 = 0$

$l_1 = 6$; $l_2 = 6$; $l_3 = 6m$

$a_1 = 0$; $a_2 = 3m$; $b_2 = 3m$; $b_3 = 3m$

$W_1 = 0$ $W_2 = 90 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} = 360$ KN m²

$W_3 = 280 \cdot 2 \cdot 80 + 80 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 36320$ KN m²

Thay các giá trị vào pt 3 M:

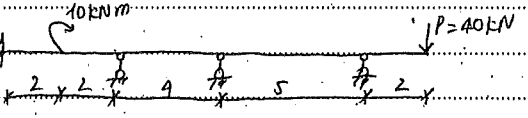
$$\begin{cases} 0 + 2(6+6) M_1 + 6M_2 + 6\left[0 + 3\frac{60}{3} \cdot 3\right] = 0 \\ 6M_1 + 2(6+6) M_2 + 0 + 6\left[\frac{360 \cdot 3}{6} + \frac{320 \cdot 3}{6}\right] = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} M_1 = -251.35 \text{ KNm} \\ M_2 = -79.7 \text{ KNm} \end{cases}$$

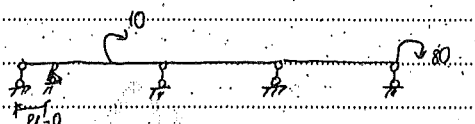
Tài liệu chỉ có tại 59 giải pháp

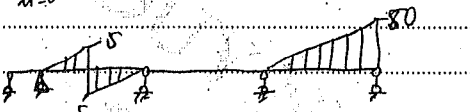
Vẽ bd Momen: $M_P = (M^0_P) + N_{hợp}$

5.72

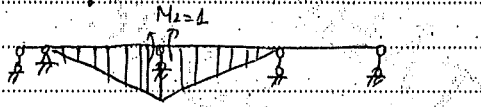


Bậc siêu tĩnh: $n = C_{tg} + N = 2 + 1 = 3$





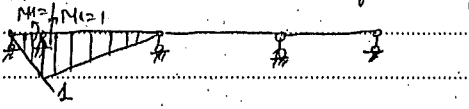
(N^0_P)



$(\overline{N}_2)$

$(\overline{N}_3)$

Lập pt 3 Momen: cho cái gốc trung gian 1, 2 ta có:

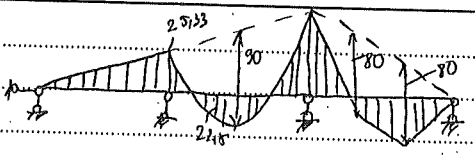


Khi $i = 1$: $l_1 N_0 + 2(l_1 + l_2) N_1 + l_2 N_2 + 6\left(\frac{w_1 a_1}{l_1} + \frac{w_2 b_2}{l_2}\right) = 0$

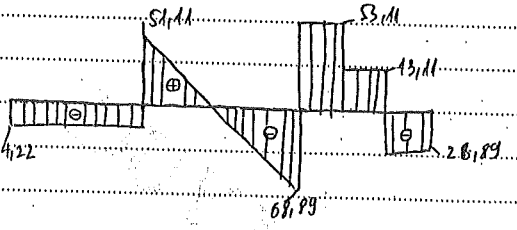
$i = 2$: $l_2 N_1 + 2(l_2 + l_3) N_2 + l_3 N_3 + 6\left[\frac{w_2 a_2}{l_2} + \frac{w_3 b_3}{l_3}\right] = 0$

$i = 3$: $l_3 N_2 + 2(l_3 + l_4) N_3 + l_4 N_4 + 6\left[\frac{w_3 a_3}{l_3} + \frac{w_4 b_4}{l_4}\right] = 0$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

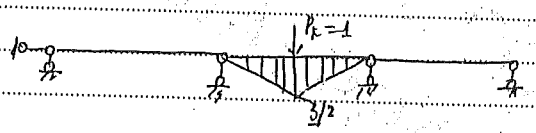


Biểu đồ lực cắt : Q.



Tính chuyển vị thẳng đứng tại K

Vẽ bđ : $(M^0_{K.})$



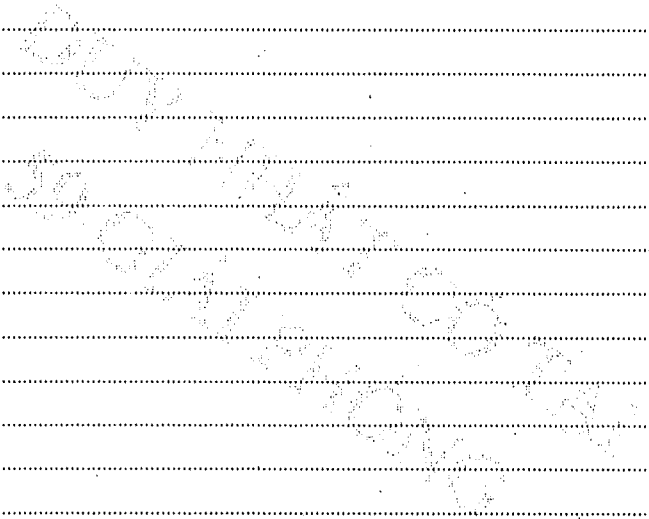
$$y_K = (M^0_K) \cdot N_P$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\left(-\frac{25,33}{2}\right) \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + \frac{38}{2} \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot 25 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{3}{4}\right.$$

$$\left. + \frac{38}{2} \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} - \frac{78,67}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{22,15}{3} \cdot 3 \cdot \frac{3}{4}\right]$$

$$= \frac{103,5}{EI} \quad (\text{hướng xuống})$$

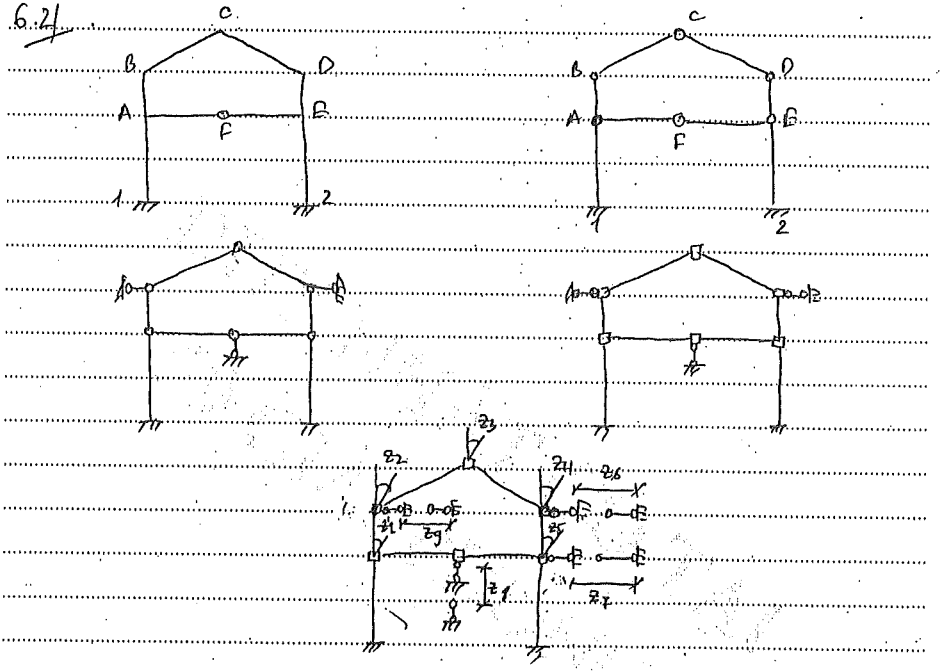
Tài liệu chỉ có tại 59 giải pháp



Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

Chương 6: Tính hệ phẳng siêu động theo p² chuyển vị

6.2/



Tacó: số ẩn $n = n_1 + n_2$

+ n_1: số chuyển vị xoay độc lập để xét qua số nút và số ngàm đàn hồi của hệ.

$n_1 = 5$ (số chuyển vị xoay tại nút A, B, C, D, E)

+ n_2: số chuyển vị thẳng độc lập của các nút của hệ

Để thấy 1, 2 là ngàm → có chuyển vị thẳng đứng tại 1, 2, A, B, C, D, E.

Chỉ có 9 chuyển vị thẳng đứng tại E

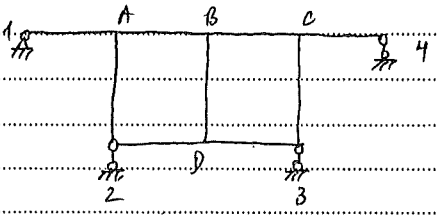
Chuyển vị ngang tại B, D, E

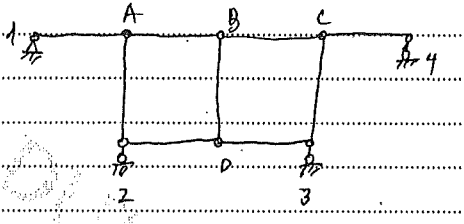
$\Rightarrow n_2 = 3$

Vậy $n = n_1 + n_2 = 4 + 5 = 9$

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

6.31





Số ẩn $n = n_1 + n_2$

+) $n_1 = 6$ (chuyển vị xoay tại các khớp A, B, C, D, 2, 3)

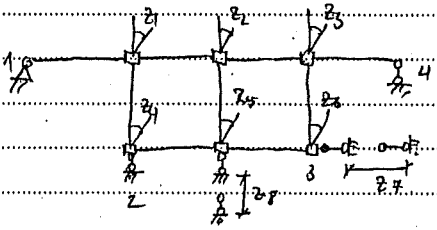
+ Để thanh thanh 1-A ; A-B ; B-C, C-4 k° thể có chuyển vị ngang

+ 2-A ; 3-C k° có chuyển vị thẳng đứng

+ Chuyển vị theo theo phương ngang của các nút 2, D, 3 là bằng nhau, chỉ cần 1 chuyển vị trong 3 nút đó đã là đủ

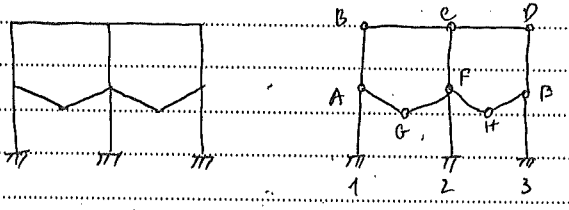
+ Chuyển vị thẳng theo phương đứng của các nút B, D là như nhau → chỉ cần 1 chuyển vị trong 2 nút đó là đủ → $n_2 = 2$

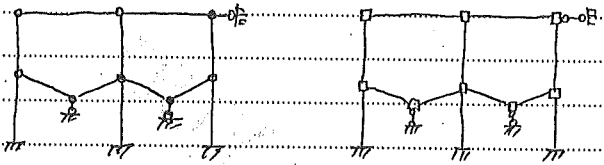
→ $n = n_1 + n_2 = 2 + 6 = 8$

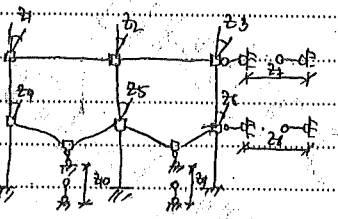


Tài liệu chỉ có tại 5S giải phóng

6.4/







Số ẩn $n = n_1 + n_2$

+ $n_1 = 6$: chuyển vị xoay tại các nút A, B, C, D, E, F

Vì để thoả 1, 2, 3 là ngàm → k° có chuyển vị thẳng đứng tại A, B, C, D, E, F

+ Chỉ có chuyển vị thẳng đứng tại G, H.

+ Chuyển vị ngang tại B, C, D là như nhau, → chỉ có 1 chuyển vị ngang tại 1 trong 3 khớp là đủ

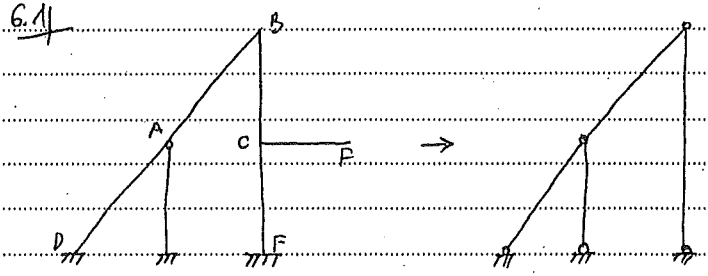
+ Chuyển vị ngang tại A, F, E cũng là như nhau.

→ chỉ cần 1 chuyển vị ngang tại 1 trong 3 khớp là đủ

⇒ $n_2 = 4$

Vậy $n = n_2 + n_1 = 4 + 6 = 10$

6.1/



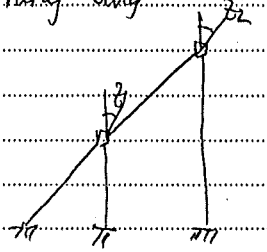
- Ta thấy trên hình có 3 nút A, B, C.
- Tại nút C có đầu thừa CE là gối tựa nên ta có thể loại bỏ đầu thừa CE và thay thế tác dụng của lực đặt trên CE (nếu có) bằng 1 lực tập trung và 1 mômen tập trung đặt tại C thì hệ chỉ có 2 nút $\Rightarrow n_1 = 2$
- Tìm n_2:

Sau khi đặt khớp tại các nút và ngàm ở hệ bất biến hình $n_2 = 0$

Vậy hệ chỉ có 2 chuyển vị xoay tại A và B

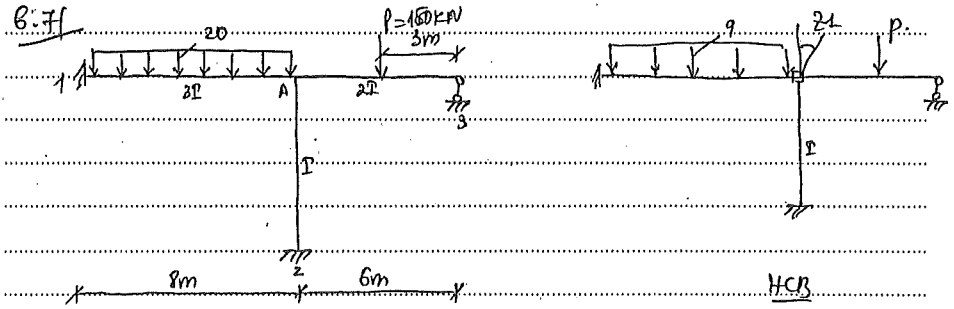
$\Rightarrow n = 2$

$\Rightarrow$ Hệ có bậc tự do



Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

B.7/



1, Xác định số ẩn:

Xét tại A ta có 1, 2 là ngàm, ko có chuyển vị thẳng đứng và chuyển vị ngang tại A.

→ Chỉ có chuyển vị xoay tại A

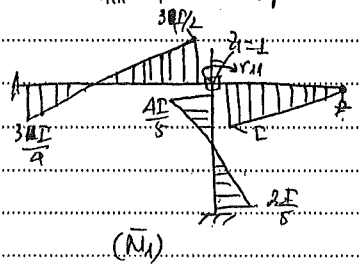
→ n = 1

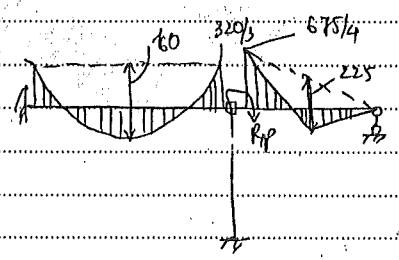
2, Lập hệ cb

Hệ cb với 1 ẩn là góc xoay z1 tại nút A

3, Phương trình tắt

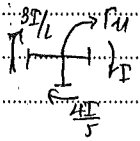
$r_{11}.z_1 + R_1P = 0$ (1)





6, Xác định r_{11}, R_1P

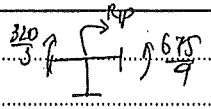
- Từ biểu đồ (M̄1) ta có:



$r_{11} = -\left(\frac{4I}{5} + \frac{3I}{2} + \frac{I}{2}\right) = -\frac{85I}{10}$

Tài liệu chỉ có tại SV giải phóng

- Từ biểu đồ (N^0_P) ta có:



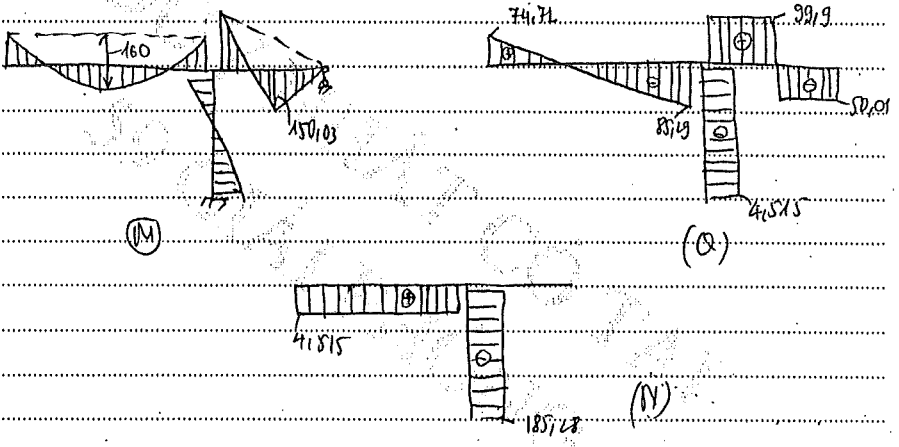
$$R_P = \frac{675}{4} - \frac{320}{3} = \frac{1490}{24}$$

Thay vào pt (1) ta có: $-\frac{332}{4} z_1 + \frac{1490}{24} = 0$

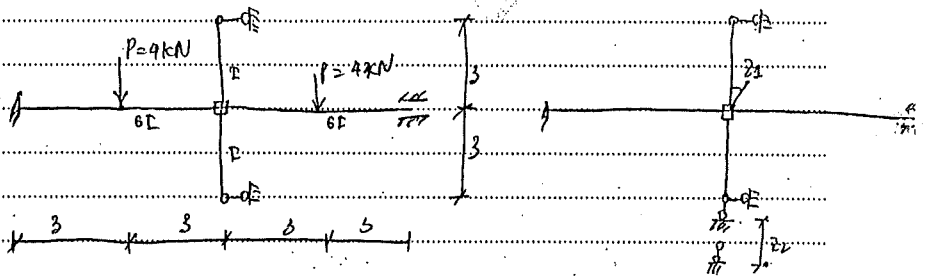
$$\Leftrightarrow z_1 = \frac{1818}{I} \text{ (rad)}$$

6. Vẽ bđ moment uốn tổng cộng:

$$(M_P) = (\bar{M}_1) \cdot z_1 + (M^0_P)$$

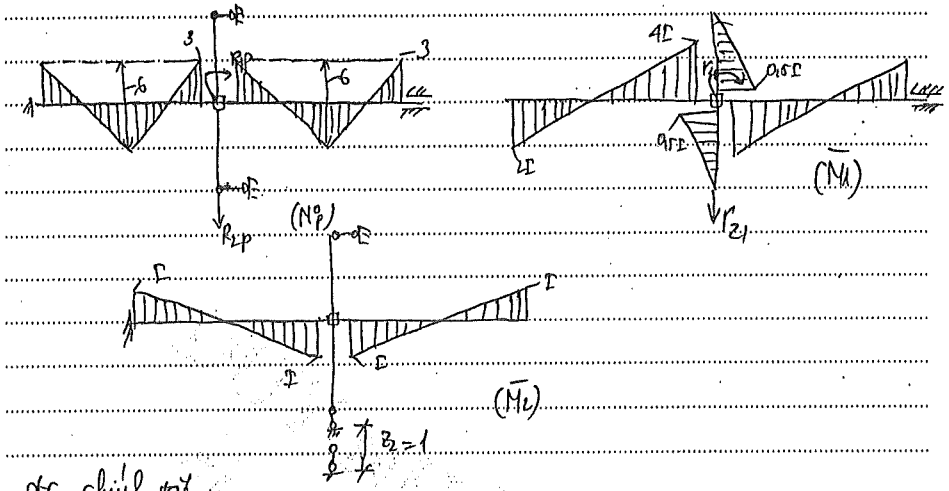


6.8/



+ Xác định số ẩn n = 2

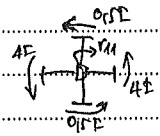
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng



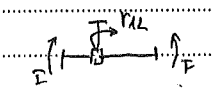
- ptr chính tắc:

$$\begin{cases} r_{11} z_1 + r_{12} z_2 + R_{1p} = 0 \\ r_{21} z_1 + r_{22} z_2 + R_{2p} = 0 \end{cases}$$

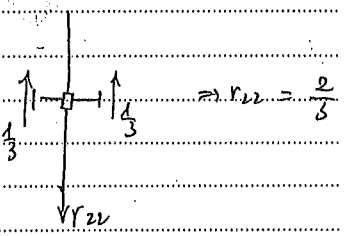
- Vẽ biểu đồ và xác các hệ số:



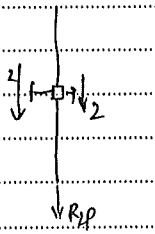
$\Rightarrow r_{11} = 4I + 4I + 0,5I + 0,5I = 9I$



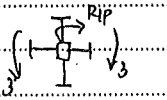
$\Rightarrow r_{12} = 0$



$\Rightarrow r_{22} = \frac{2}{3}$



$R_{1p} = 4$

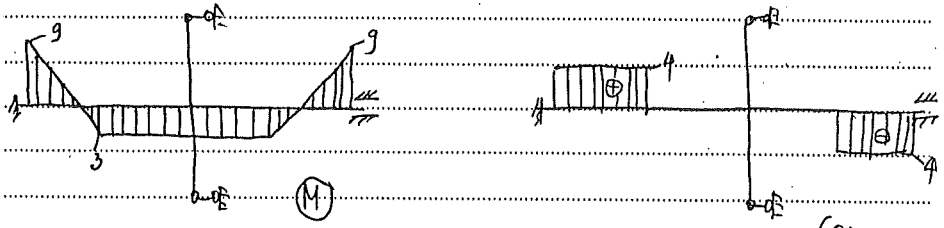


$R_{1p} = 0$

Khi đó ta có hpt: $\begin{cases} 9I z_1 + 0 z_2 = 0 \\ 0 z_1 + \frac{2}{3} z_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 0 \\ z_2 = 6 \end{cases}$

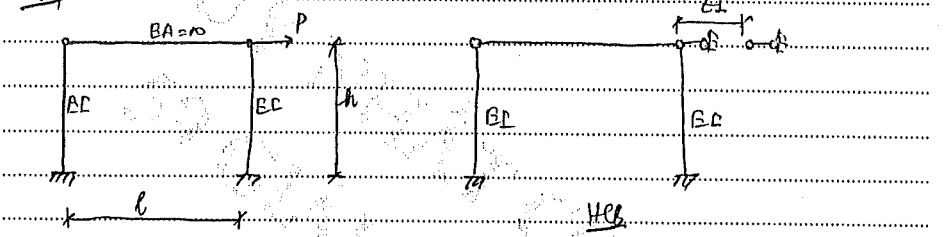
Tài liệu chỉ có giá trị tham khảo

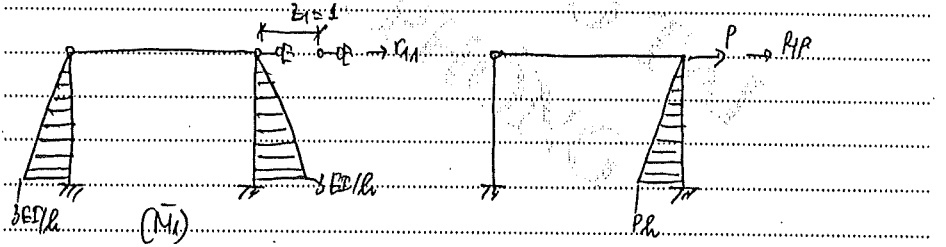
+ Khi đó biểu đồ $N = (\bar{M}_2)\, z + N^o_p$



$(N=0)$

6.10/

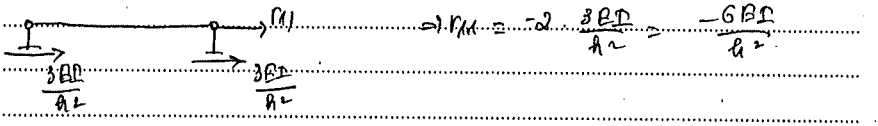




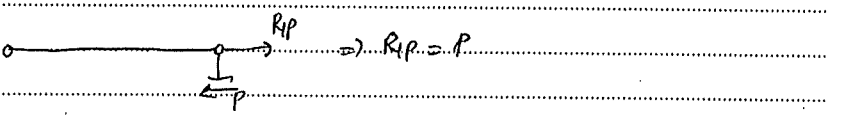
+ Xét: $n = 1$

+ Ptr chính tắc: $r_{11} z_1 + R_{1P} = 0$

+ Vẽ các biểu đồ và xét các hệ số



$\Rightarrow r_{11} = -2 \dfrac{3EJ}{l^2} = \dfrac{-6EJ}{l^2}$

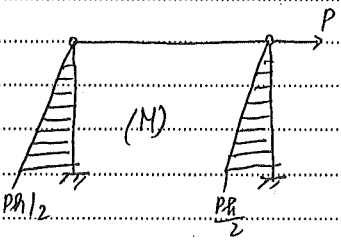


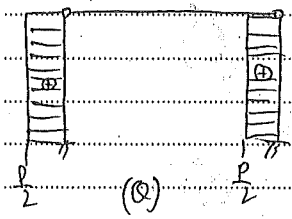
$\Rightarrow R_{1P} = P$

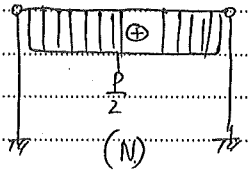
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

+ Khi đó: $-\frac{6EI}{h^2} z_1 + P = 0 \Rightarrow z_1 = \frac{Ph^2}{6EI}$

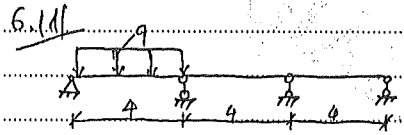
+) Biểu đồ Momen:

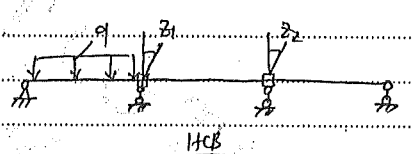




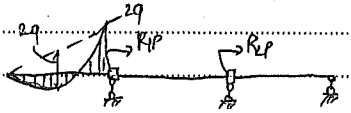


6.11/



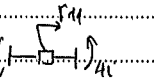


HCB

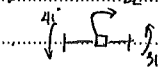


Với $i = \frac{EI}{4}$

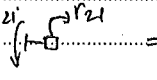
- Hệ ptr chính tắc: $\begin{cases} r_{11} z_1 + r_{12} z_2 + R_{1p} = 0 \\ r_{21} z_1 + r_{22} z_2 + R_{2p} = 0 \end{cases}$
- Vẽ các biểu đồ momen đơn vị: $(\bar{M}_1)$, $(\bar{M}_2)$, (M^0_p)
- Xác các hệ số (-) ptr



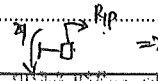
$\Rightarrow r_{11} = 3i + 4i = 7i$



$\Rightarrow r_{22} = 4i + 3i = 7i$



$\Rightarrow r_{21} = r_{12} = 2i$

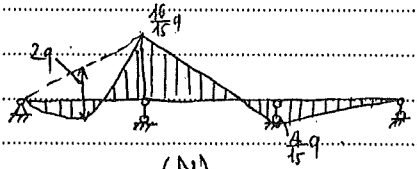


$\Rightarrow R_{1p} = 2q \qquad R_{2p} = 0$

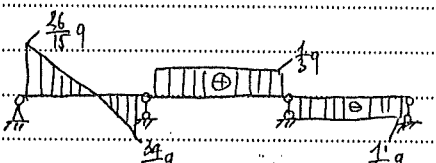
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

Khi đó hpt chính tắc:

$$\begin{cases} r_1 z_1 + r_2 z_2 + 2q = 0 \\ r_2 z_1 + r_1 z_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{14}{45i} q \\ z_2 = \frac{4}{45i} q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{56}{45EI} q \\ z_2 = \frac{16}{45EI} q \end{cases}$$

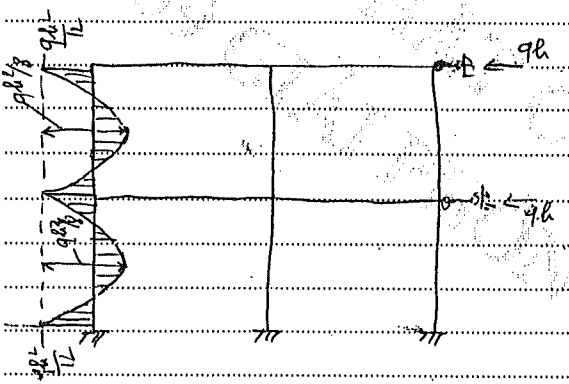


(M)



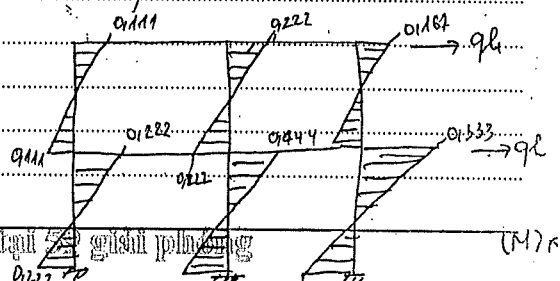
(Q)

6.22/ Thứ 1: Hệ với cái tương ứng chuyển vị ngang, chịu tải trong phân bố đều và lực tập trung P. Ta bảy ta có được biểu đồ moment:



Thứ 2: Hệ với cái tương ứng có chuyển vị ngang, chịu tải trọng đặt tại đầu phải của các thanh ngang. Các lực này chính là phản lực tại lk đặt thêm vào t/h 1) song có chiều ngược lại và đi xét theo đk cân bằng hình chiếu theo phương ngang tại các tầng.

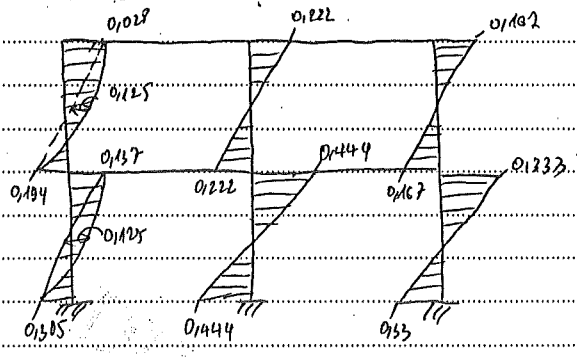
+ Vẽ biểu đồ N:



(M) $\times ql^2$

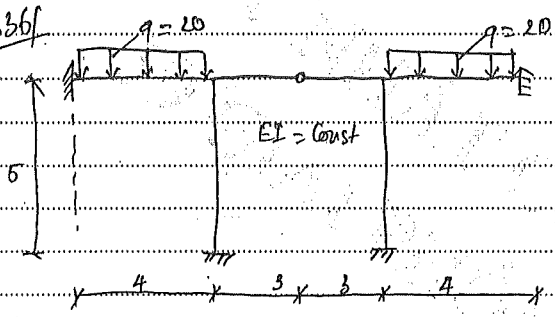
Tài liệu chỉ có tại giải phóng

② biểu đồ của cả hệ

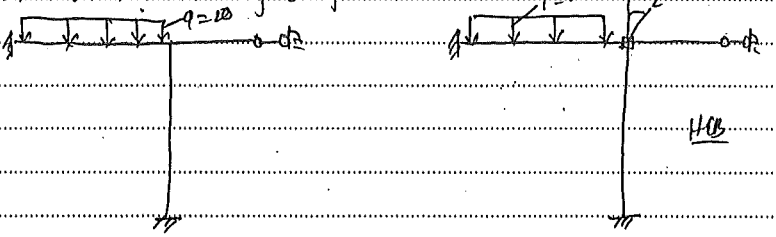


(M) $\times q l^2$

6.36f

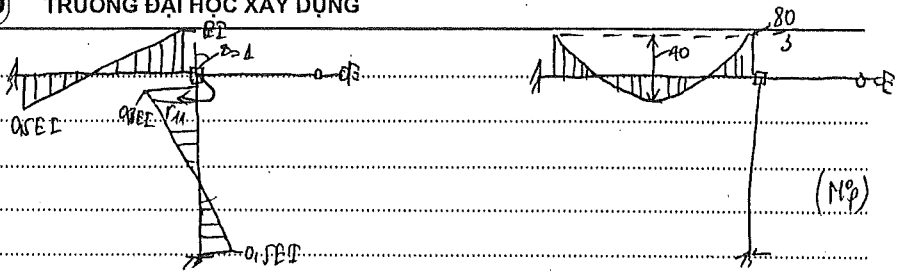


- Vận dụng tính đối xứng của hệ và tải trọng tđ đặt
→ Nửa hệ để tính dưới

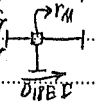


- Xđ: n = 1
- Vẽ bđ dịch vị (N̄) và bđ N do lực tđ vào

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng



- pt chính tắc: $r_{11} z_1 + R_{1p} = 0$

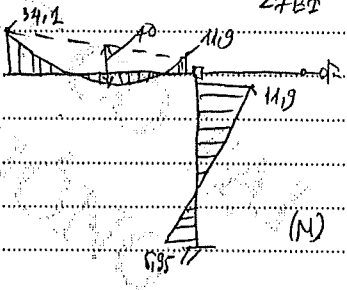
- xđ các hệ số: 

$\Rightarrow r_{11} = EI + 0,18EI = 1,18EI$

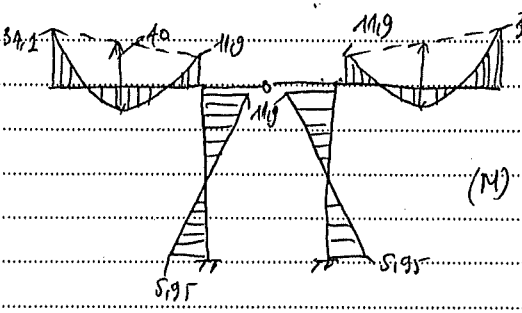
$\Rightarrow R_{1p} = \frac{80}{3}$

Khi đó: $1,18EI\, z_1 + \frac{80}{3} = 0 \rightarrow z_1 = \frac{-400}{27EI}$

- Vẽ bđ: $N = (\bar{N}_1) \cdot z_1 + N°_p$ (của nửa hệ)

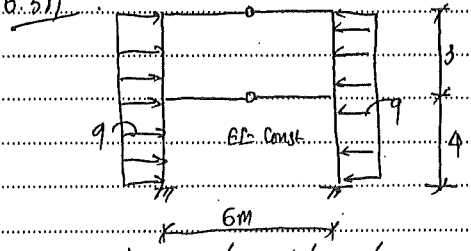


$\Rightarrow$ Bđ momen của cả hệ

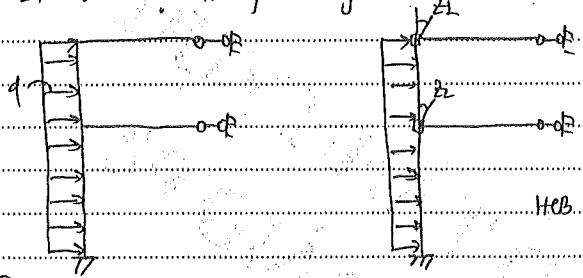


Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng

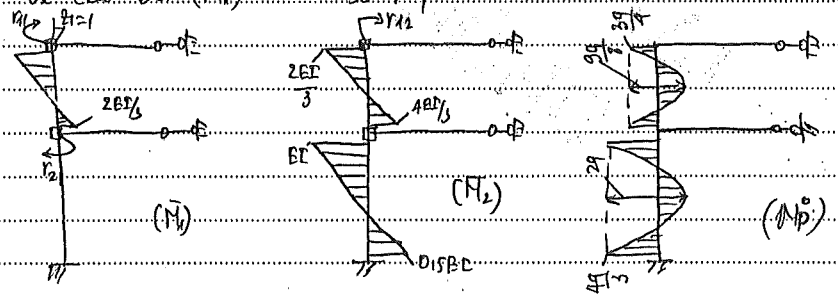
6.38/



- Vận dụng tính đối xứng và tải trọng tác dụng đối xứng
→ Nửa kết cấu tương đương



- Tacó: n=2
- Vẽ các bđ ($\bar{M}_1$) và bđ M_p^0



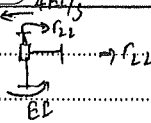
- Hệ pt chính tắc:

$$\begin{cases} r_{11} Z_1 + r_{12} Z_2 + R_{1P} = 0 \\ r_{21} Z_1 + r_{22} Z_2 + R_{2P} = 0 \end{cases}$$

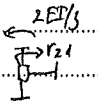
- Xác các hệ số:

$\Rightarrow r_{11} = \frac{4}{3} EI$

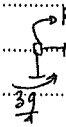
Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng



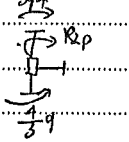
$\Rightarrow r_{11} = \frac{4}{3}EI + EI = \frac{7}{3}EI$



$\Rightarrow r_{21} = \frac{2EI}{3}$



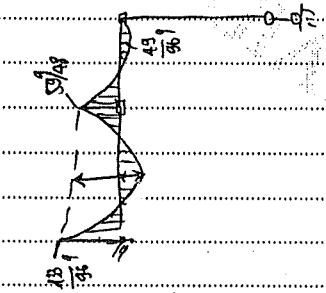
$\Rightarrow R_{1p} = \frac{3q}{4}$



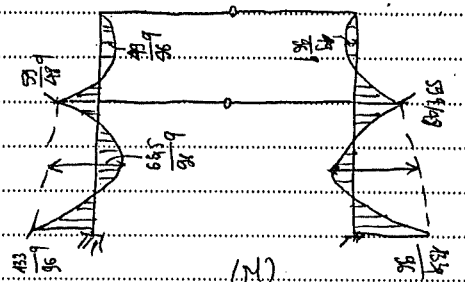
$\Rightarrow R_{2p} = \frac{4}{3}q - \frac{3}{4}q = \frac{7}{12}q$

Khi đó: $\begin{cases} \frac{4}{3}EI\,z_1 + \frac{2}{3}EI\,z_2 + \frac{3q}{4} = 0 \\ \frac{2}{3}EI\,z_1 + \frac{7}{3}EI\,z_2 + \frac{7}{12}q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-4q}{96}\frac{q}{EI} \\ z_2 = \frac{-5}{48}\frac{q}{EI} \end{cases}$

- Vẽ bđ N của nửa hệ. $N = \bar{N}_1 \cdot z_1 + \bar{N}_2 \cdot z_2 + N^0_p$



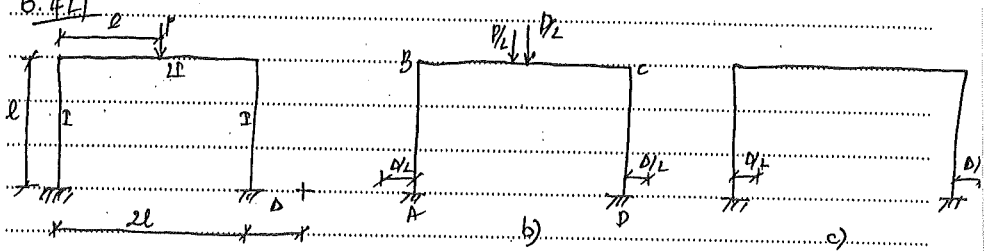
$\Rightarrow$ Biểu đồ (N) của hệ



(N)

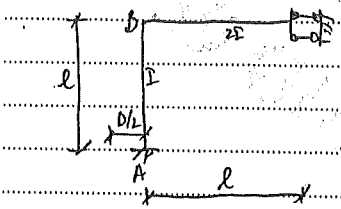
Tài liệu chỉ có tại SV giảm phòng

6.41



- Hệ đx chịu ng.tuyến nhận P đx và ng.nhận D bất kỳ nên có thể phân ng.nhân thành Hệ như trên

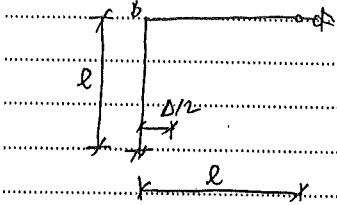
+ Hệ đx chịu ng.nhân tác dụng đx như hình P.b) đưa về sơ đồ tính toán tg chuẩ với nửa hệ như sau



Ta thấy chuyển vị ngang tại C cũng như tại B = 0 nếu bỏ qua dẫn của bđ dọc trục trong các thanh chịu uốn

+ Hệ đx chịu ng.nhân tđ phản xứng như hình c)

đưa sơ đồ tính tg đg với nửa kc



- Ta thấy trong hệ k° phát sinh nội lực, mặt cắt chân C bị dời cvi ngang lớn sang bên phải 1 lg = D/2

- Như vậy, cvi ng.ang tại C trong hệ đã cho = $\frac{D/2 \cdot l^3}{2EJ}$ (hướng về bên phải)

Tài liệu chỉ có tại Sv Bách Khoa

Tài liệu chỉ có tại 59 giải phóng